数と式

要点の整理補充

数の分類

- 数（複素数）$a+bi$
  - 実数 $(b=0)$
    - 有理数
      - 整数
        - 正の整数（自然数）
          - 1
          - 素数
          - 合成数
        - 0
        - 負の整数
      - 分数
    - 無理数
  - 虚数 $(b \neq 0)$（$a=0$ の虚数を純虚数という）

自然数の世界：加・乗が常に可能

整数の世界：加・減・乗が常に可能

有理数の世界：加・減・乗・除（0 で割ることを除く）が常に可能

　任意の 2 つの有理数の差を限りなく小さくとっても，その間に無数の有理数がある。

　これを有理数の稠密性という。

無理数の世界：有理数ならば分数で表せる。よって，分数で表せないなら有理数ではない。

分数で表せない数を無理数という。

実数の世界：有理数と無理数をあわせて実数という。

有理数と無理数により，数直線上の数の隙間がなくなる。

これを実数の連続性という。

虚数の世界：実数ならば，負の実数の平方根は存在しないが，

虚数の世界では，負の実数の平方根が存在する。

数（複素数）の世界：実数と虚数をまとめて数（複素数）という。

代数式の分類

- 代数式
  - 有理式
    - 整式
      - 単項式
      - 多項式
    - 分数式：分母が定数でない整式
  - 無理式：根号の中に文字を含む式

2 項展開，*x*＋*a* についての展開の応用例題

$f(x)=x^n$ を $(x-a)^2$ で割った余りを求めよ。

解

$$\begin{aligned}
x^n &= \{(x-a)+a\}^n \\
&= {}_nC_0(x-a)^n + {}_nC_1(x-a)^{n-1}\cdot a^1 + \cdots + {}_nC_{n-2}(x-a)^2\cdot a^{n-2} + {}_nC_{n-1}(x-a)\cdot a^{n-1} + {}_nC_n a^n \\
&= (x-a)^2\left\{{}_nC_0(x-a)^{n-2} + {}_nC_1(x-a)^{n-3}\cdot a^1 + \cdots + {}_nC_{n-2}a^{n-2}\right\} + {}_nC_{n-1}(x-a)\cdot a^{n-1} + {}_nC_n a^n \\
&= (x-a)^2\left\{{}_nC_0(x-a)^{n-2} + {}_nC_1(x-a)^{n-3}\cdot a^1 + \cdots + {}_nC_{n-2}a^{n-2}\right\} + na^{n-1}x - (n-1)a^n
\end{aligned}$$

ゆえに，$na^{n-1}x-(n-1)a^n$

別解：微分の利用

$x^n=(x-a)^2h(x)+px+q$　・・・①

とおく。

①の両辺を x について微分すると，

$nx^{n-1}=2(x-a)h(x)+(x-a)^2h'(x)+p$　・・・②

①，②のそれぞれに $x=a$ を代入すると，

$a^n=pa+q$　・・・③

$na^{n-1}=p$　・・・④

③，④より，

$p=na^{n-1}$，$q=-(n-1)a^n$

ゆえに，$na^{n-1}x-(n-1)a^n$

例題 1．展開／公式の応用，$x-p$ での展開

(3)

$x-1=t$ とおくと，

$(t+1)^3-(t+1)^2+(t+1)-1=t^3+at^2+bt+c$

$t^3+2t^2+2t=t^3+at^2+bt+c$

よって，

$a=2, b=2, c=0$

注

『3 次式が恒等式⇔異なる 4 個の x の値に対して成立』

解説

$f(x)$ と $g(x)$ の関係は，「恒等式である」と「恒等式でない」のどちらかである。

$f(x)-g(x)$ が n 次式のとき，

$f(x)$ と $g(x)$ が

恒等式ならば，$f(x)-g(x)=0$ は任意の実数 x について成り立つ。

恒等式でないならば，$f(x)-g(x)=0$ を満たす異なる実数解は高々 n 個である。

よって，

異なる $n+1$ 個の x について $f(x)-g(x)=0$ が成り立つならば，

$f(x)$ と $g(x)$ は恒等式の関係にある。

例題 2．因数分解／2 次，3 次以上

注

『整数係数の整数係数の整式 $f(x)=x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ について，
$f(\alpha)=0$ なる有理数 α がもし存在するならば，α は整数で，しかも定数項 a_0 の約数』

解説

$f(x)=0$ を満たす有理数解を $\dfrac{q}{p}$（p と q は互いに素な整数かつ $p\geq 1$）とすると，

$$\left(\frac{q}{p}\right)^n+a_{n-1}\left(\frac{q}{p}\right)^{n-1}+a_{n-2}\left(\frac{q}{p}\right)^{n-2}+\cdots+a_2\left(\frac{q}{p}\right)^2+a_1\left(\frac{q}{p}\right)+a_0=0$$

両辺を p^{n-1} 倍すると，

$$\frac{q^n}{p}+a_{n-1}q^{n-1}+a_{n-2}q^{n-2}+\cdots+a_2p^{n-3}q^2+a_1p^{n-2}q+a_0p^{n-1}=0$$

$$\therefore\ a_{n-1}q^{n-1}+a_{n-2}q^{n-2}+\cdots+a_2p^{n-3}q^2+a_1p^{n-2}q+a_0p^{n-1}=-\frac{q}{p}\cdot q^{n-1}$$

$a_{n-1}q^{n-1}+a_{n-2}q^{n-2}+\cdots+a_2p^{n-3}q^2+a_1p^{n-2}q+a_0p^{n-1}$ は整数だから，

右辺の $\dfrac{q}{p}$ は整数である（$p=1$ である）。

よって，
整数係数の整数係数の整式 $f(x)=x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ について，
$f(\alpha)=0$ なる有理数 α がもし存在するならば，α は整数である。
このとき，$f(x)$ は $x-\alpha$ を因数にもつから，
$f(x)=(x-\alpha)\left(x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_1x+b_0\right)$ より，$-\alpha b_0=a_0$
よって，α は定数項 a_0 の約数である。

例題 4．式の値／有理化，二重根号，根号のはずしかた

分母の有理化

$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ において，$a+b=c$ の関係にあるとき，$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ と $\sqrt{c}$ に分け有理化を行う。

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}} &= \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}\cdot\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}} \\
&= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\left\{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)+\sqrt{c}\right\}\left\{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{c}\right\}} \\
&= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-\left(\sqrt{c}\right)^2} \\
&= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+b+2\sqrt{ab}-c} \\
&= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{2\sqrt{ab}+a+b-c} \\
&= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{2\sqrt{ab}} \\
&= \frac{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{2ab}
\end{aligned}
$$

二重根号をはずすときの注意

$\sqrt{A\pm 2\sqrt{B}}>0$ だから，$\sqrt{A-2\sqrt{B}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ となるとき，$\sqrt{a}>\sqrt{b}$ でなければならない。

計算ミス防止のためにも，$\sqrt{A\pm 2\sqrt{B}}=\sqrt{\text{大}}\pm\sqrt{\text{小}}$ と表すよう習慣づけよう。

例題 6.　式の値／1 文字消去，次数下げ

（ロ）別解：剰余定理を活かして解く

$\sqrt{3}-1=\alpha$ とおくと，$(\alpha+1)^2=3$　$\therefore \alpha^2+2\alpha-2=0$

$f(\alpha)=\alpha^4+2\alpha^3-5\alpha^2-2\alpha+5$ を $\alpha^2+2\alpha-2$ で割ったときの商と余りの関係より，
$f(\alpha)=(\alpha^2+2\alpha-2)(\alpha^2-3)+4\alpha-1=4\alpha-1$
$\alpha=\sqrt{3}-1$ より，
$f(\sqrt{3}-1)=4\sqrt{3}-5$

例題 7.　式の値／比例式

（イ）

$\dfrac{b+c}{a}=\dfrac{c+13a}{b}=\dfrac{a-b}{c}=k$ とおくと，

$b+c=ka$　・・・①

$c+13a=kb$　・・・②

$a-b=kc$　・・・③

ここで，$k=0$ とすると，$b+c=c+13a=a-b=0$ より，$a=b=c=0$ となり不適

よって，$k\neq 0$

①より，$c=ka-b$

②より，$c=kb-13a$

③より，$c=\dfrac{a-b}{k}$

$ka-b=\dfrac{a-b}{k}$ より，$(k^2-1)a-(k-1)b=0$　・・・④

$kb-13a=\dfrac{a-b}{k}$ より，$(13k+1)a-(k^2+1)b=0$　・・・⑤

④$\times(k^2+1)-$⑤$\times(k-1)$ より，
$a\{(k^2-1)(k^2+1)-(k-1)(13k+1)\}=0$
$ak(k-1)(k-3)(k+4)=0$
$a\neq 0$，$k\neq 0$ より，
$k=-4,1,3$

例題 8.　連立 1 次方程式

別解：簡単な連立方程式にしてから解く

条件より，

$$\begin{cases} x+(a-1)y+1=0 & \cdots ① \\ ax+(a+3)y-1=0 & \cdots ② \end{cases}$$

とおくと，

①× a − ②より，

$a(a-1)y+a-(a+3)y+1=0$

$\therefore (a+1)(a-3)y+a+1=0 \quad \cdots ③$

よって，

①と②の連立方程式の解 ⇒ ③を満たす.

②と③の連立方程式の解 ⇒ ①を満たす

③と①の連立方程式の解 ⇒ ②を満たす

が成り立つ。

したがって，①と②の連立方程式の解を求めることと，

③と①の連立方程式の解を求めることは同じである。

そこで，③と①の連立方程式の解の存在条件について考える。

$$\begin{cases} (a+1)(a-3)y+a+1=0 & \cdots ③ \\ x+(a-1)y+1=0 & \cdots ① \end{cases}$$

③と①の連立方程式の解が存在するための必要条件は，

③を満たす y が存在することであるから，

③を満たす y が存在しなければ連立方程式の解は存在しない。

また，③を満たす解 y が無数に存在するならば，①より解 x も無数に存在することになる。

すなわち連立方程式の解 (x, y) は無数に存在する。

よって，③の解の存在について調べればよい。

まず③を変形し，

$(a+1)(a-3)y=-(a+1)$ とする。

連立方程式の解が存在しないとき

$(a+1)(a-3)=0$ かつ $-(a+1)\neq 0$ のとき，すなわち $a=3$ のとき

連立方程式の解が無数に存在するとき

$(a+1)(a-3)=0$ かつ $-(a+1)=0$ のとき，すなわち $a=-1$

以上のように

与えられた連立方程式をいじって，1 変数だけの方程式を含む連立方程式に変形し，

その 1 変数方程式の解の存在条件について検討すればよい。

補足

別解の方法は次の連立方程式の解法をもとにしており，

中学生時代に発展的な連立方程式を解いた人には経験済みだと思う。

問題

連立方程式 $\begin{cases} 7x+3y=12 & \cdots ① \\ 6x+14y=21 & \cdots ② \end{cases}$ の解を求めよ。

考え方

①と②から解を直接求めようとすると，係数が大きくなり面倒である。

このような場合は，

①と②から，より簡単な式をつくり，その連立方程式を解けばよい。

解

①$\times 2+$②（①を 2 倍したものと②の両辺の和をとる）

$2\times(7x+3y)+6x+14y=2\times 12+21$

より

$20x+20y=45$

両辺を 20 で割ると，

$x+y=\dfrac{9}{4} \quad \cdots ③$

①$\times 2-$②（①を 2 倍したものと②の両辺の差をとる）

$2\times(7x+3y)-(6x+14y)=2\times 12-21$

より

$8x-8y=3$

両辺を 8 で割ると，

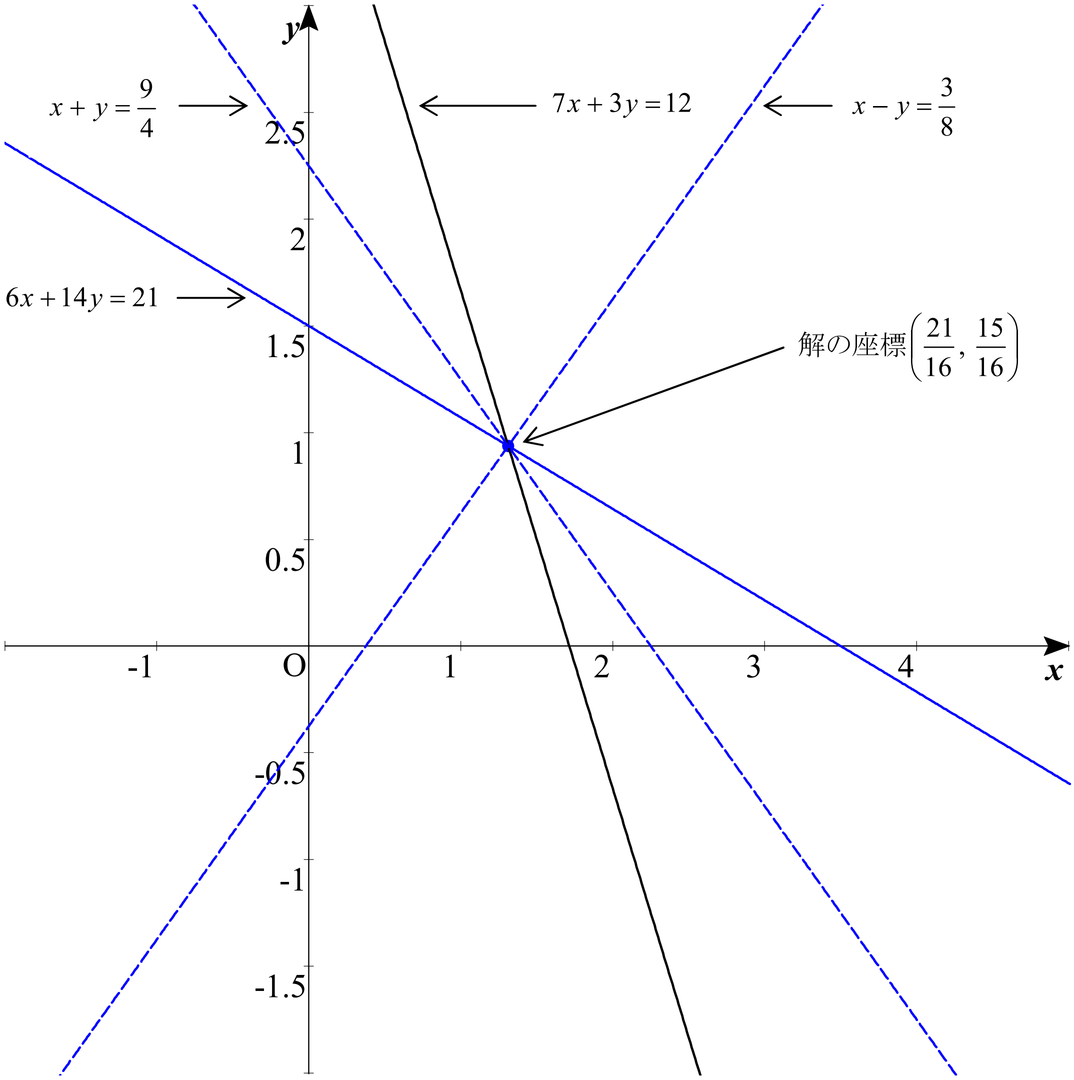
$x-y=\dfrac{3}{8} \quad \cdots ④$

連立方程式 $\begin{cases} 7x+3y=12 & \cdots ① \\ 6x+14y=21 & \cdots ② \end{cases}$ の解と連立方程式 $\begin{cases} x+y=\dfrac{9}{4} & \cdots ③ \\ x-y=\dfrac{3}{8} & \cdots ④ \end{cases}$ の解は同じだから，

より簡単な連立方程式 $\begin{cases} x+y=\dfrac{9}{4} & \cdots ③ \\ x-y=\dfrac{3}{8} & \cdots ④ \end{cases}$ の方を解くと，

$x=\dfrac{21}{16},\ y=\dfrac{15}{16}$ ・・・(答)

連立方程式をグラフで表すと，下図となる。



$\begin{cases} 7x+3y=12 & \cdots① \\ 6x+14y=21 & \cdots② \end{cases}$ の交点と $\begin{cases} x+y=\dfrac{9}{4} & \cdots③ \\ x-y=\dfrac{3}{8} & \cdots④ \end{cases}$ の交点が一致することがわかる。

連立方程式をこのように処理することの図形と式やグラフの問題への効能

連立方程式$\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$の解　$\Leftrightarrow$　連立方程式$\begin{cases} p\times f(x,y)+q\times g(x,y)=0 \\ r\times f(x,y)+s\times g(x,y)=0 \end{cases}$の解

を活かして得られた適当な 2 式の和または差をとることにより，

・1 次式または 1 次式の積に因数分解できる場合がある。

2 曲線が共有点をもつための条件を求める場合，

直線と曲線が共有点をもつ条件に置き換えられるので有効である。

例 1

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ (x-1)^2+(y-1)^2=3 \end{cases}$　を解く問題では，

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+y=0 \end{cases}$とすれば楽である。

例 2

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+y^2+2ax-ay-5+5a=0 \end{cases}$　が重解をもつための a の条件を求める問題では，

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ 2ax-ay-4+5a=0 \end{cases}$とし，

$x^2+y^2=1$ と $2ax-ay-4+5a=0$ が重解を持つ条件に，

つまり，$x^2+y^2=1$ の中心 $(0,0)$ と直線 $2ax-ay-4+5a=0$ の距離が

円の半径 1 と等しくなるための条件を求める問題に置き換えればよい。

例 3

$\begin{cases} y=x^2+a \\ x=y^2+a \end{cases}$　が重解をもつための a の条件を求める問題では，

2 式の差をとると，$y-x=x^2-y^2$ より，$(x-y)(x+y+1)=0$ と因数分解できるので，

重解は $x-y=0$ または $x+y-1=0$ を満たす。

よって，

$\begin{cases} y=x^2+a \\ x-y=0 \end{cases}$または$\begin{cases} y=x^2+a \\ x+y+1=0 \end{cases}$が重解をもてばよいことになる。

例 4

$x=a$ などのように，座標軸に平行な直線を得て，問題を解きやすくする。

他

2 曲線 $f(x,y)=0$ と $g(x,y)=0$ の共有点を通る任意の曲線または直線は，

$f(x,y)+kg(x,y)=0$ （k は実数）と表せる。

例題 10．不等式／取り得る値の範囲

$2x+y$ と $3x+2y$ は互いに独立であるから，つまり，$2x+y \neq k(3x+2y)$ だから，

$2x+y=p$，$3x+2y=q$ とおくと，p と q は互いに独立である。

よって，x,y をそれぞれ p,q の式で表し，取り得る値の範囲を求めるとはやい。

別解：置き換えなしで解いてみる

(1)

$3 \leq 2x+y \leq 4$ より，$6 \leq 4x+2y \leq 8$　・・・①

$5 \leq 3x+2y \leq 6$ より，$-6 \leq -3x-2y \leq -5$　・・・②

①，②より，

$6+(-6) \leq 4x+2y+(-3x-2y) \leq 8+(-5)$

$\therefore 0 \leq x \leq 3$

(2)

$3 \leq 2x+y \leq 4$ より，$9 \leq 6x+3y \leq 12$　$\therefore -12 \leq -6x-3y \leq -9$・・・③

$5 \leq 3x+2y \leq 6$ より，$10 \leq 6x+4y \leq 12$　・・・④

③，④より，

$-12+10 \leq -6x-3y+(6x+4y) \leq -9+12$

$\therefore -2 \leq y \leq 3$

(3)

$3 \leq 2x+y \leq 4$ より，$-4 \leq -2x-y \leq -3$

これと $3 \leq 2x+y \leq 4$ より，より，

$-4+5 \leq -2x-y+(3x+2y) \leq -3+6$

$\therefore 1 \leq x+y \leq 3$

(4)

$3 \leq 2x+y \leq 4$ より，$\dfrac{1}{4} \leq \dfrac{1}{2x+y} \leq \dfrac{1}{3}$

これと $1 \leq x+y \leq 3$ より，

$$\frac{1}{4}\times 1 \leq \frac{x+y}{2x+y} \leq \frac{1}{3}\times 3$$

$$\therefore \frac{1}{4} \leq \frac{x+y}{2x+y} \leq 1$$

類題：連立ベクトル方程式

平面上のベクトル $\vec{a}$,$\vec{b}$ が $\left|\vec{a}+3\vec{b}\right|=1, \left|3\vec{a}-\vec{b}\right|=1$ を満たすように動く。

このとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ の最大値を R，最小値を r とする。R と r を求めよ。

解

$\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}$，$\vec{q}=3\vec{a}-\vec{b}$ とおいて，

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の連立方程式 $\begin{cases}\vec{p}=\vec{a}+3\vec{b}\\ \vec{q}=3\vec{a}-\vec{b}\end{cases}$ を解くと，$\vec{a}=\dfrac{3\vec{p}-\vec{q}}{10},\vec{b}=\dfrac{\vec{p}+3\vec{q}}{10}$

$$\therefore \vec{a}+\vec{b}=\frac{1}{5}\left(2\vec{p}+\vec{q}\right)$$

条件より $\left|\vec{p}\right|=\left|\vec{a}+3\vec{b}\right|=1$，$\left|\vec{q}\right|=\left|3\vec{a}-\vec{b}\right|=1$，また $\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角を θ $\left(0\le\theta<2\pi\right)$ とすると，

$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\frac{1}{25}\left(4\left|\vec{p}\right|^2+\left|\vec{q}\right|^2+4\vec{p}\cdot\vec{q}\right)=\frac{1}{25}\left(4+1+4\cos\theta\right)=\frac{5+4\cos\theta}{25}$$

$$\therefore\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\frac{\sqrt{5+4\cos\theta}}{5}$$

ここで，

$\cos\theta=1$ とすると，$\theta=0$，$\left|\vec{p}\right|=\left|\vec{a}+3\vec{b}\right|=1$，$\left|\vec{q}\right|=\left|3\vec{a}-\vec{b}\right|=1$ より，

$\vec{a}+3\vec{b}=3\vec{a}-\vec{b}$　$\therefore\vec{a}=2\vec{b}$

また，このとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\dfrac{\sqrt{5+4\cdot 1}}{5}=\dfrac{3}{5}$

$\cos\theta=-1$ とすると，$\theta=\pi$，$\left|\vec{p}\right|=\left|\vec{a}+3\vec{b}\right|=1$，$\left|\vec{q}\right|=\left|3\vec{a}-\vec{b}\right|=1$ より，

$\vec{a}+3\vec{b}=-\left(3\vec{a}-\vec{b}\right)$　$\therefore\vec{a}=-\dfrac{1}{2}\vec{b}$

また，このとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\dfrac{\sqrt{5+4\cdot(-1)}}{5}=\dfrac{1}{5}$

以上より，

$\vec{a}=2\vec{b}$ のとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ は最大値 $R=\dfrac{3}{5}$ をとる。

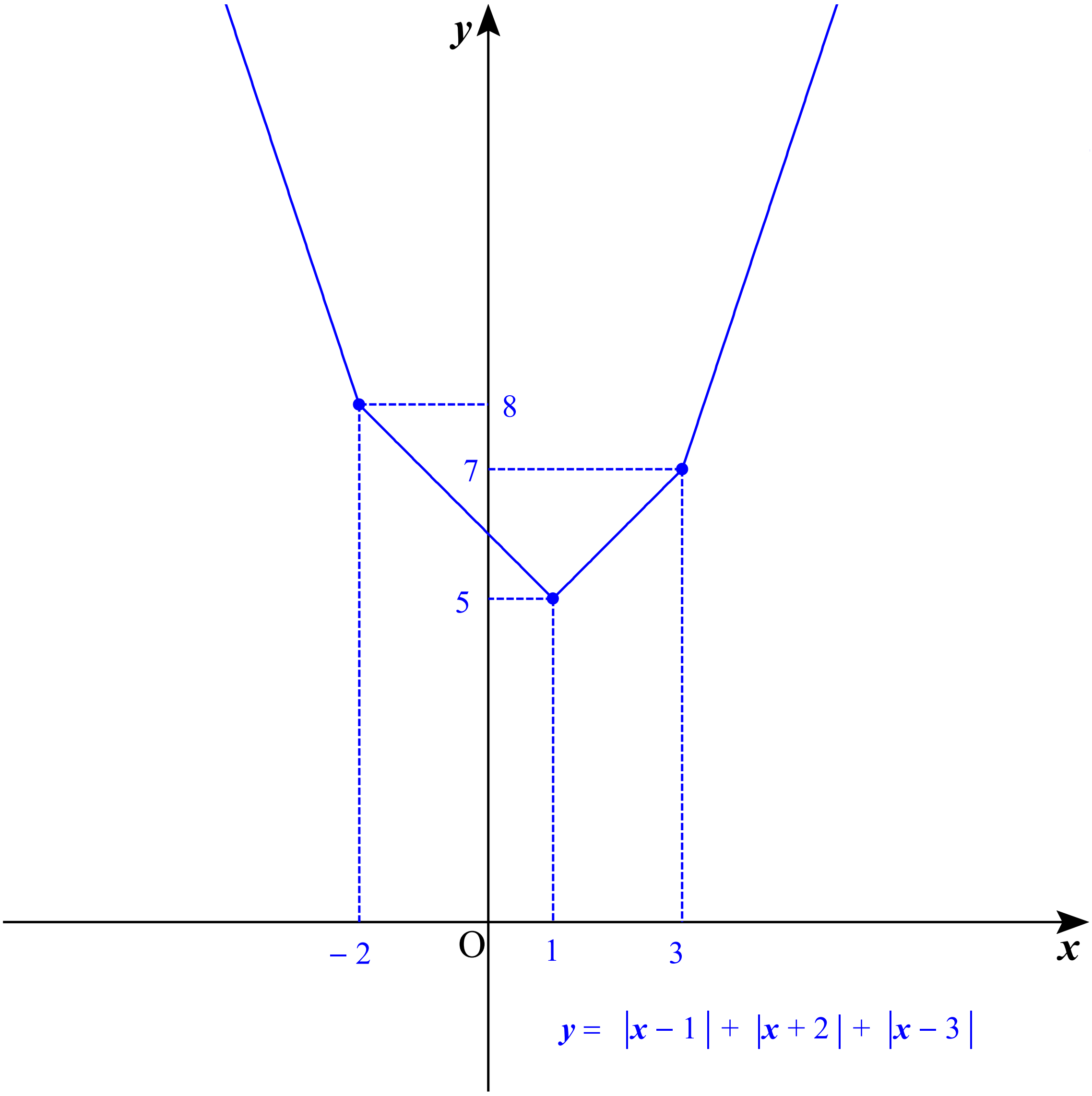
$\vec{a}=-\dfrac{1}{2}\vec{b}$ のとき，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ は最小値 $r=\dfrac{1}{5}$ をとる。

例題 11．絶対値つき関数／折れ線

（イ）

$a=3$ のとき

x		-2		1		3	
$\|x+2\|$	$-x-2$		$x+2$		$x+2$		$x+2$
$\|x-1\|$	$-x+1$		$-x+1$		$x-1$		$x-1$
$\|x-3\|$	$-x+3$		$-x+3$		$-x+3$		$x-3$
$f(x)$	$-3x+2$		$-x+6$		$x+4$		$3x-2$



より，最小値は，5

$1 \le a$ のとき

x		-2		1		a	
$\lvert x+2 \rvert$	$-x-2$		$x+2$		$x+2$		$x+2$
$\lvert x-1 \rvert$	$-x+1$		$-x+1$		$x-1$		$x-1$
$\lvert x-a \rvert$	$-x+a$		$-x+a$		$-x+a$		$x-a$
$f(x)$	$-3x+a-1$		$-x+a+3$		$x+a+1$		$3x-a+1$

最小値 $f(1)=a+2$ より，最小値が 5 となるのは $a=3$ のときであり，

条件 $a \ne 3$ より不適

$-2 \le a \le 1$ のとき

x		-2		a		1	
$\lvert x+2 \rvert$	$-x-2$		$x+2$		$x+2$		$x+2$
$\lvert x-1 \rvert$	$-x+1$		$-x+1$		$-x+1$		$x-1$
$\lvert x-a \rvert$	$-x+a$		$-x+a$		$x-a$		$x-a$
$f(x)$	$-3x+a-1$		$-x+a+3$		$x-a+3$		$3x-a+1$

最小値 $f(a)=3$ より，最小値は 5 ではない。

$a \le -2$ のとき

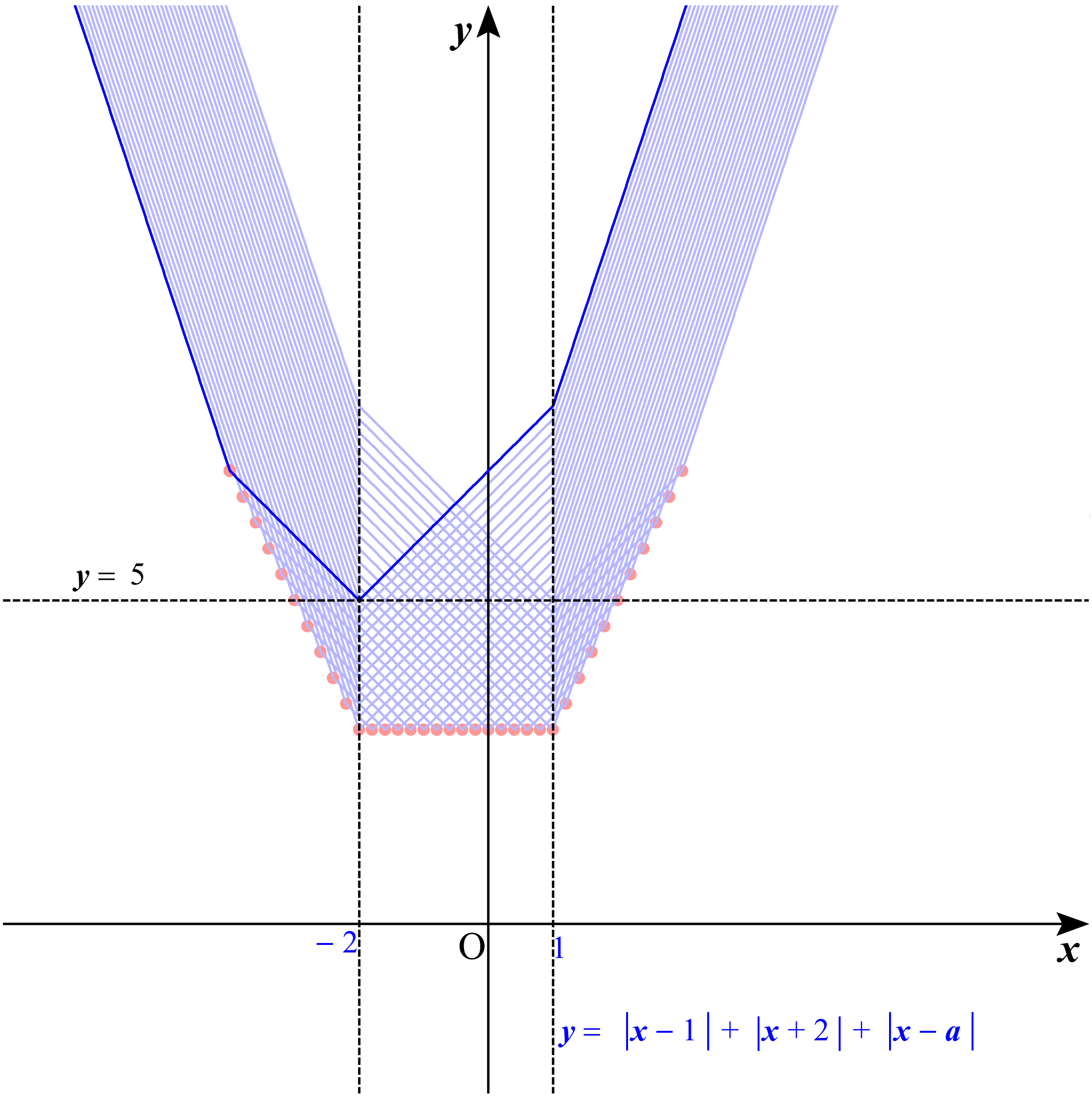
x		a		-2		1	
$\lvert x+2 \rvert$	$-x-2$		$-x-2$		$x+2$		$x+2$
$\lvert x-1 \rvert$	$-x+1$		$-x+1$		$-x+1$		$x-1$
$\lvert x-a \rvert$	$-x+a$		$x-a$		$x-a$		$x-a$
$f(x)$	$-3x+a-1$		$-x-a-1$		$x-a+3$		$3x-a+1$

最小値 $f(-2)=-a+1$ より，$-a+1=5 \quad \therefore a=-4$

これは，$a \le -2$ を満たす。

以上より，

$a=-4$


y
y = 5
− 2
O
1
x
y = |x − 1| + |x + 2| + |x − a|

（ロ）別解：$\boldsymbol{g(x)=-|-2f(x)-1|+1}$ のグラフから直接求める。

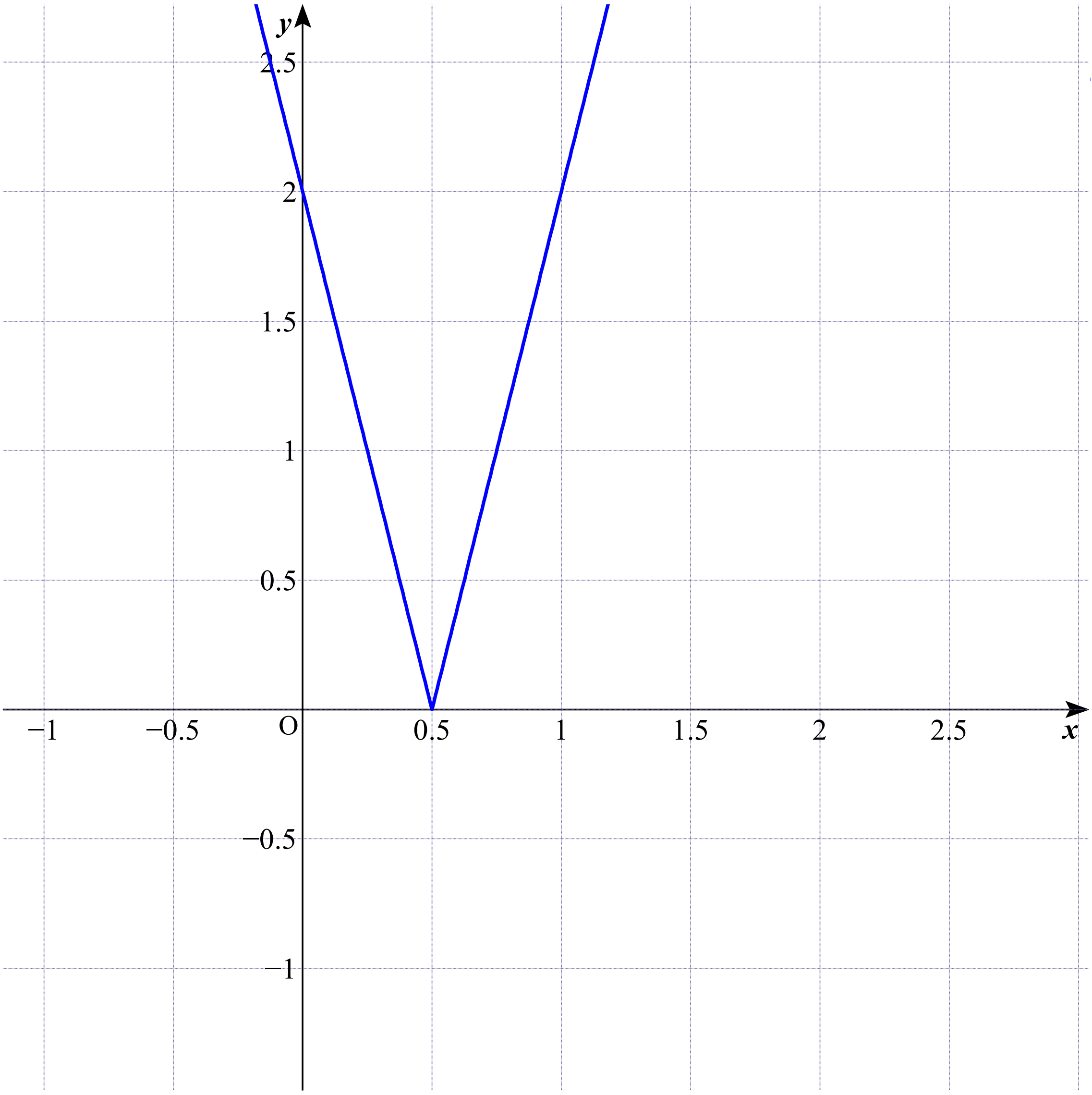
$\boldsymbol{g(x)=-|-2f(x)-1|+1}$ のグラフの描き方の手順

$f(x)=-|2x-1|+1$ より，　$y=g(x)=-|2|2x-1|-1|+1$ のグラフを描けばよい。

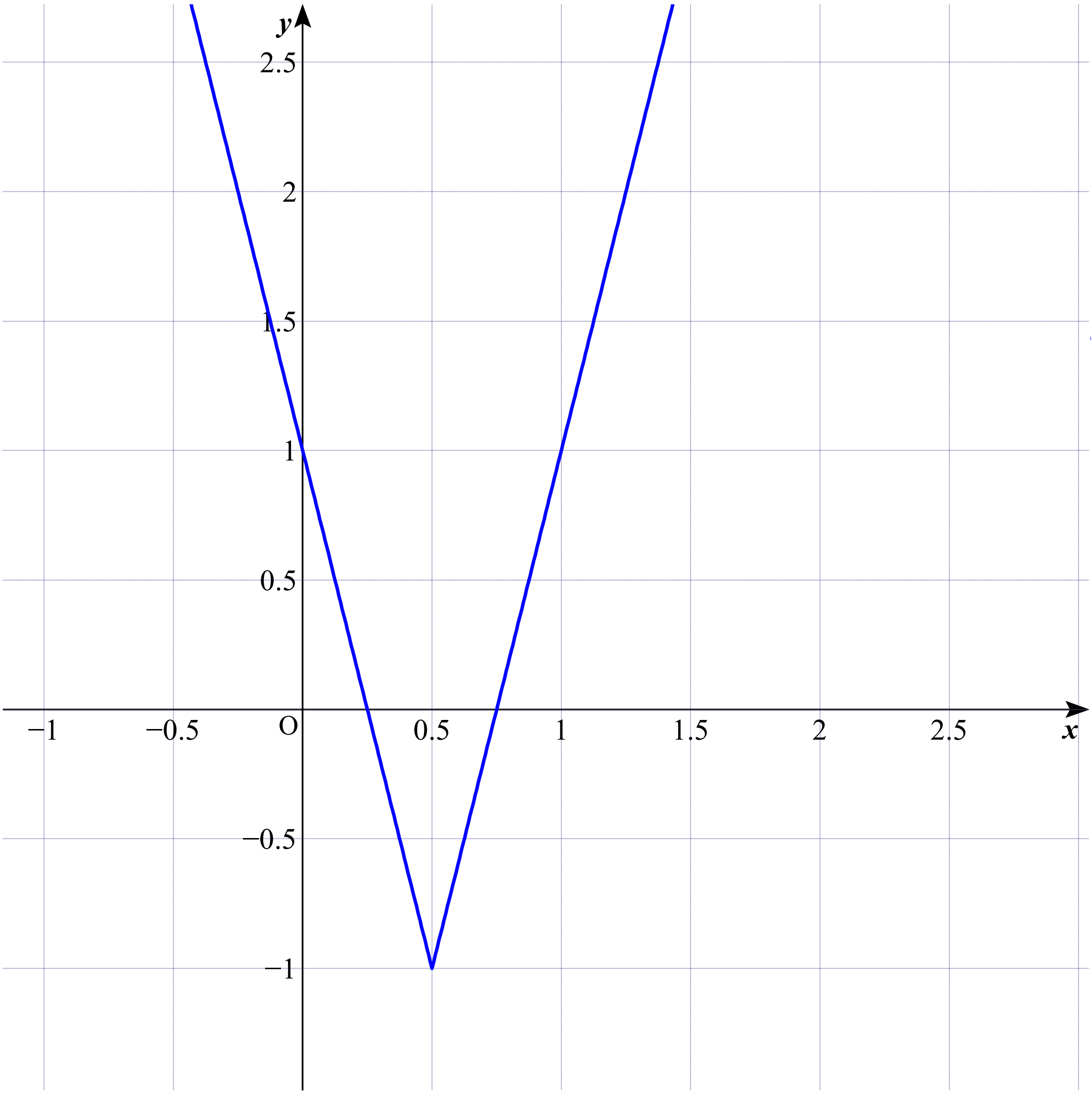
描き方 1

内側の絶対値から順に展開しながらグラフを描いていく。

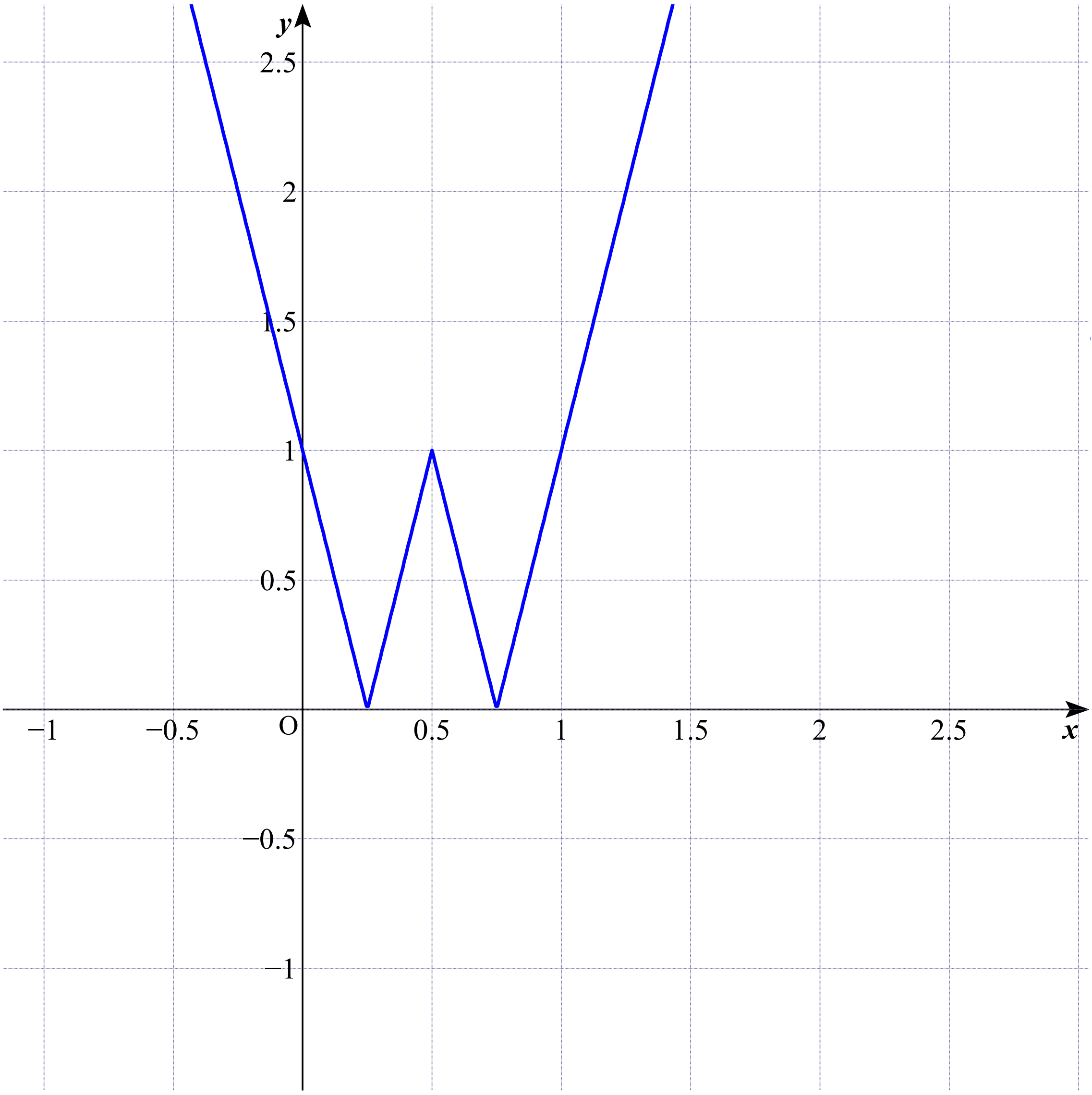
1.　$\boldsymbol{y=2|2x-1|}$ のグラフを描く。



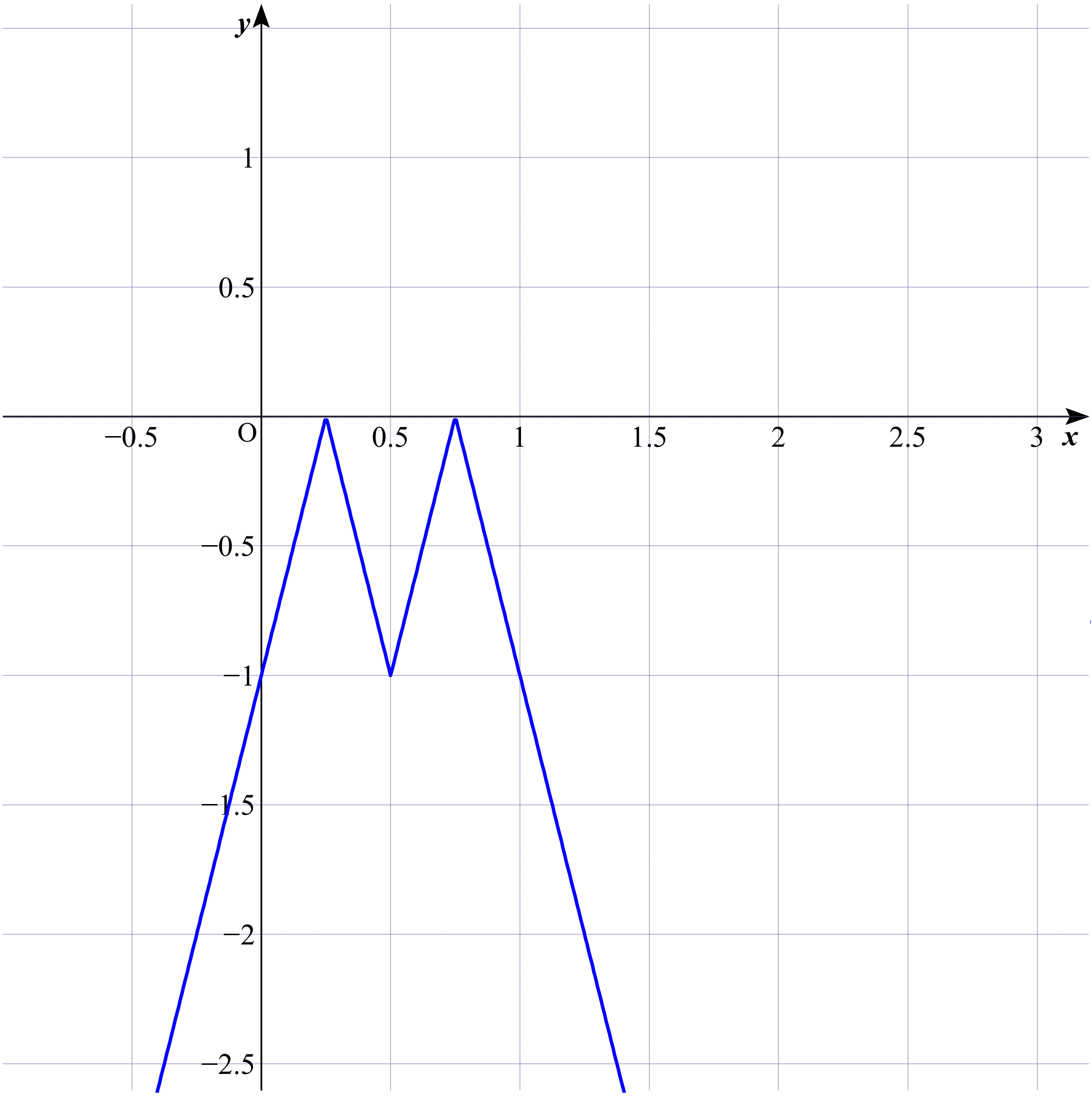
2.　y 軸方向に -1 平行移動すると，　$y=2|2x-1|-1$ のグラフになる。



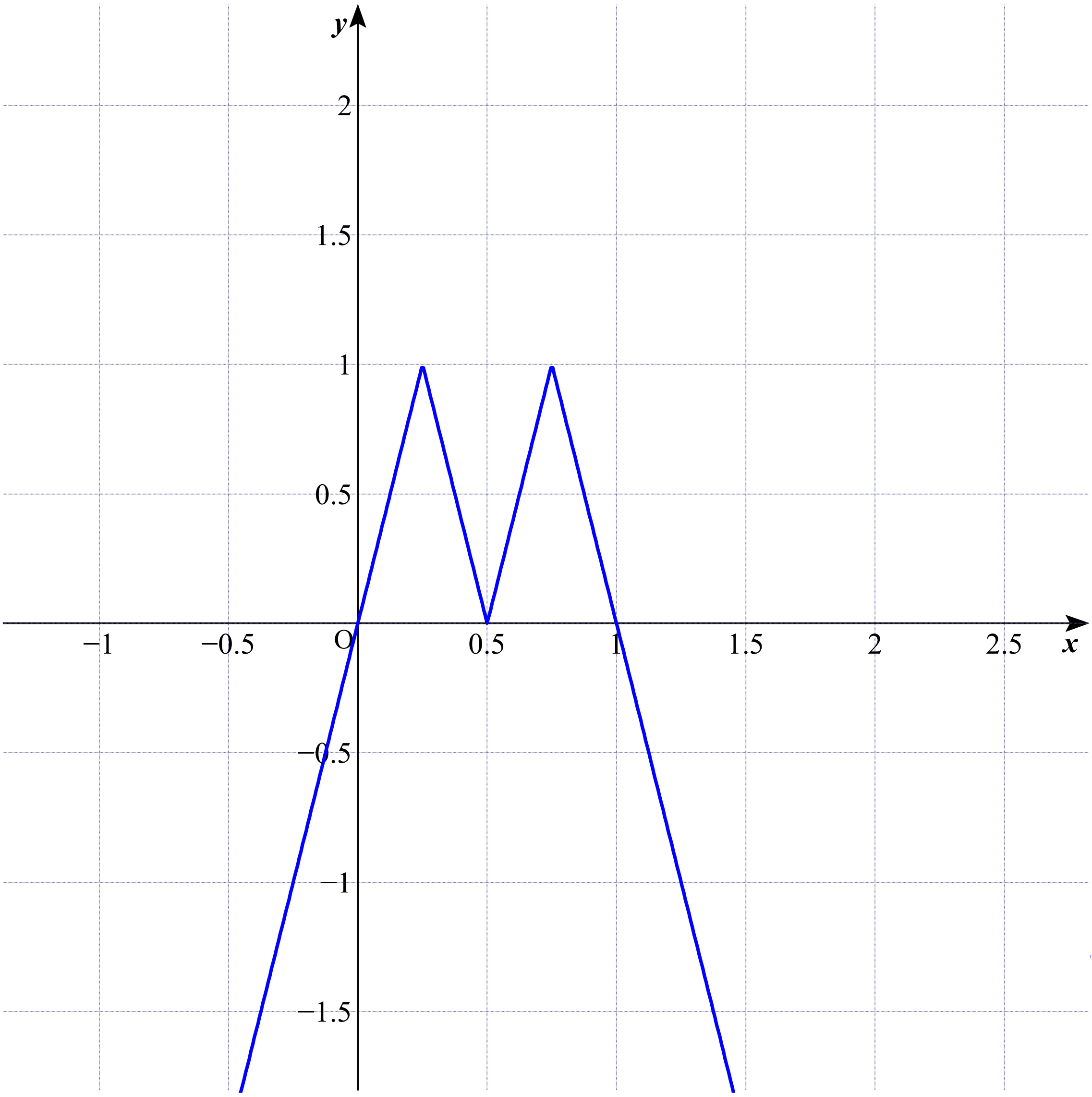
3.　$y<0$ の部分を x 軸に関して対称に移動すれば，　$y=\left|2\left|2x-1\right|-1\right|$ のグラフになる。



4.　x 軸に関して対称に移動すれば，$y=-\left|2|2x-1|-1\right|$ のグラフになる。

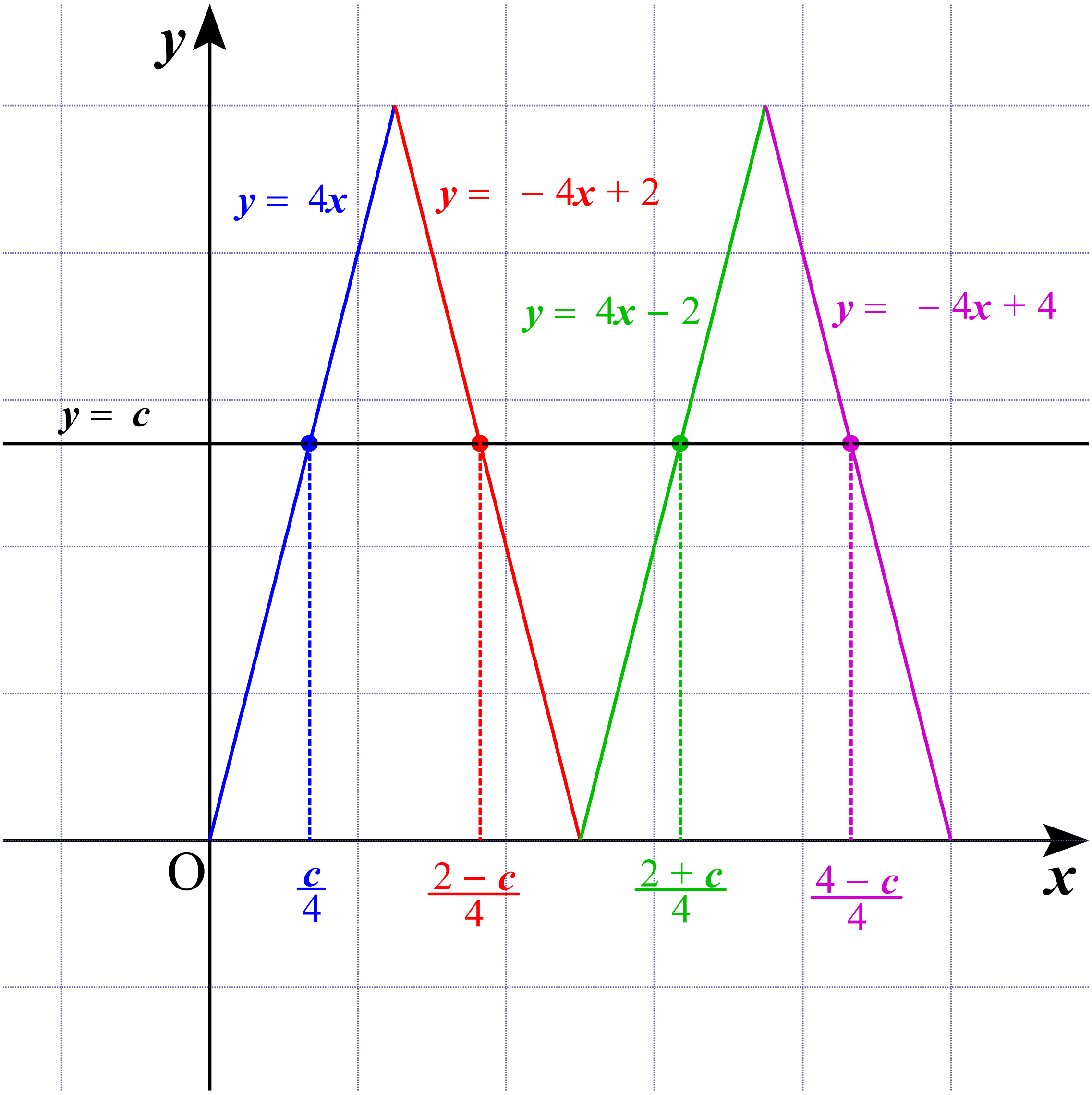


5.　y 軸方向に $+1$ 平行移動すると，目的の $y=-\left|2|2x-1|-1\right|+1$ のグラフが完成する。



下図より，
求める解は，

$x = \dfrac{c}{4}, \dfrac{2-c}{4}, \dfrac{2+c}{4}, \dfrac{4-c}{4}$



描き方 2

$y=g(x)=-\left|2|2x-1|-1\right|+1$ のグラフが折れ曲がる点,

つまりグラフの傾きの正負が入れ替わる点の x 座標は,

$|2x-1|=0$ または $\left|2|2x-1|-1\right|=0$ の解である。

$|2x-1|=0$ より，$x=\frac{1}{2}$

$\left|2|2x-1|-1\right|=0$ より，$2|2x-1|-1=0$　$\therefore |2x-1|=\frac{1}{2}$　$\therefore 2x-1=\pm\frac{1}{2}$　$\therefore x=\frac{1}{4},\frac{3}{4}$

これを内側の絶対値から順に展開していくと，以下の表の様になる。

x		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$	
$|2x-1|$	$-2x+1$		$-2x+1$		$2x-1$		$2x-1$
$2|2x-1|-1$	$-4x+1$		$-4x+1$		$4x-3$		$4x-3$
$\left|2|2x-1|-1\right|$	$-4x+1$		$4x-1$		$-4x+3$		$4x-3$
$-\left|2|2x-1|-1\right|$	$4x-1$		$-4x+1$		$4x-3$		$-4x+3$
$g(x)=-\left|2|2x-1|-1\right|+1$	$4x$		$-4x+2$		$4x-2$		$-4x+4$

コメント

好みの問題ではあるが,

描き方 1 の方が速い，確実，問題にすぐ対処できる。

という点ですぐれているような気がする。