

## 集合と論理

### 例題2 集合の要素の個数

(1)

$$n(U) = 500, \quad n(A) = 224, \quad n(B) = 237, \quad n(C) = 266, \quad n(A \cap B \cap C) = 20, \quad n(\overline{A \cup B \cup C}) = 9$$

より,

$$n(A \cup B \cup C) = n(U) - n(\overline{A \cup B \cup C}) = 500 - 9 = 491$$

また,

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - \{n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A)\} + n(A \cap B \cap C) \\ &= 224 + 237 + 266 - \{n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A)\} + 20 \\ &= 747 - \{n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A)\} \end{aligned}$$

$$\therefore 491 = 747 - \{n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A)\}$$

$$\therefore n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A) = 256$$

よって, 2種類以上の商品を買った人は,

$$n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A) - 2 \cdot n(A \cap B \cap C) = 256 - 2 \cdot 20 = 216 \text{ 人}$$

(2)

$$n(A \cup B) + n(B \cup C) + n(C \cup A) - 3 \cdot n(A \cap B \cap C) = 256 - 3 \cdot 20 = 196 \text{ 人}$$

(3)

商品を買った人の数  $n(A \cup B \cup C)$  から 2種類以上の商品を買った人の数を引けばよいから,

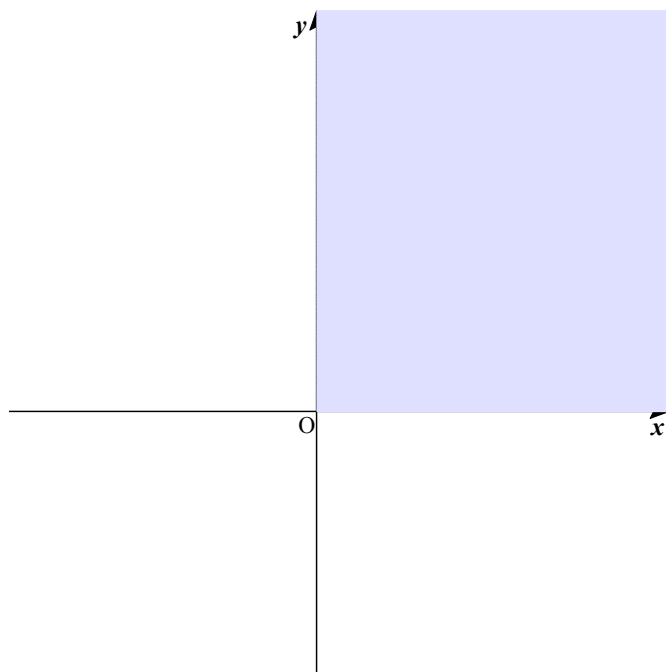
$$491 - 216 = 275 \text{ 人}$$

例題4 「数と式」と必要条件・十分条件

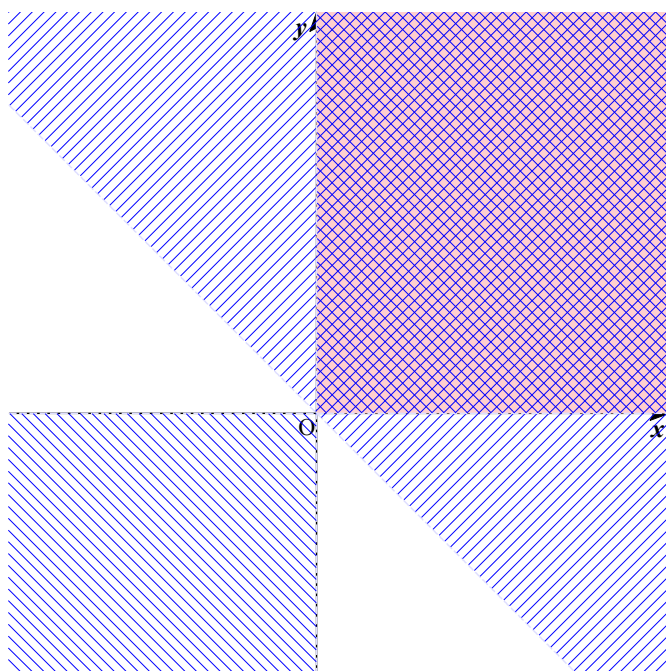
2変数の場合、 $xy$  直交座標平面上に表し、包含関係を調べると楽である。

(1)

$x > 0$  かつ  $y > 0$  を満たす領域、つまり第1象限



$x + y > 0$  かつ  $xy > 0$  を満たす領域（紫色の部分）、つまり第1象限



両領域が一致するので、必要十分条件である。

(2)

 $x \neq 0$  かつ  $y \neq 0$  を満たす領域は,  $x$  軸と  $y$  軸を除く領域 $x + y \neq 0$  かつ  $x - y \neq 0$  を満たす領域は,  $y = -x$  と  $y = x$  を除く領域

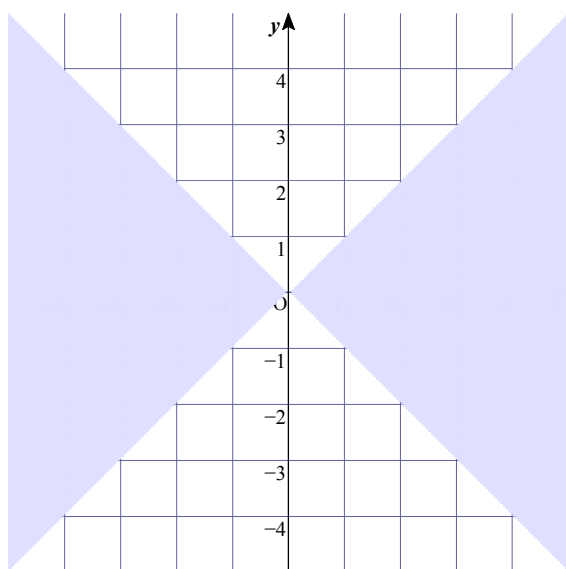
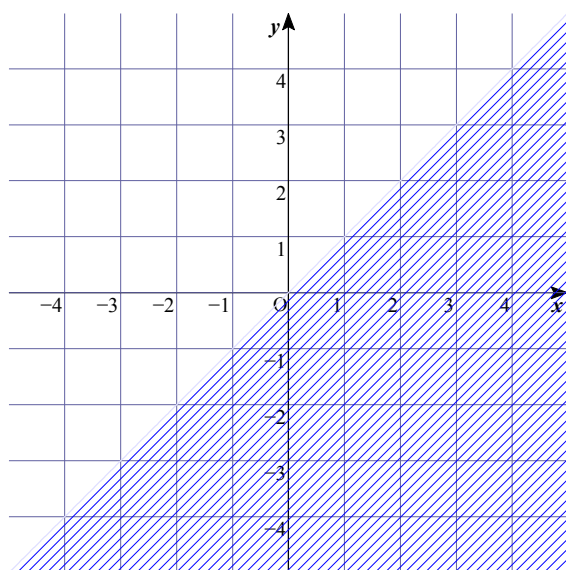
両領域について包含関係が成り立たないから, 必要条件でも十分条件でもない。

反例については, 反例となる領域から適当に選ばばよい。

(3)

 $x^2 > y^2$  より,  $y^2 - x^2 < 0$  $y^2 - x^2 = (y+x)(y-x)$  だから,  $(y+x)(y-x) < 0$ 

よって,

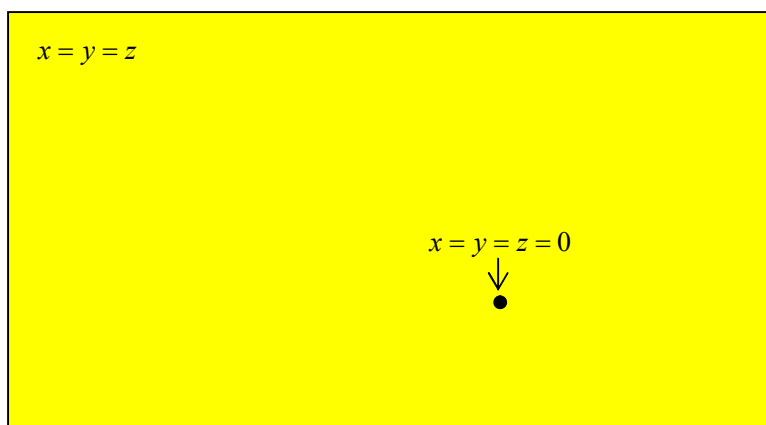
 $y + x > 0, y - x < 0$  または  $y + x < 0, y - x > 0$  $x > y$ 

両領域について包含関係が成り立たないから, 必要条件でも十分条件でもない。

(5)

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = z = 0$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 &\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2}{2} = 0 \\ &\Leftrightarrow x - y = y - z = z - x = 0 \\ &\Leftrightarrow x = y = z \end{aligned}$$



より,

$x^2 + y^2 + z^2 = 0$  は,  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$  であるための十分条件であるが, 必要十分条件ではない。

**補足**

「PはQであるための云々」の「であるため」を消し,

「PはQの云々」にするとわかりやすい。