整数の性質 6　*n* 進法

275

(1)

厳密には,

$$\begin{aligned}111_{(2)} &= 100_{(2)} + 10_{(2)} + 1_{(2)} \\ &= 1 \cdot 2^2{}_{(10)} + 1 \cdot 2^1{}_{(10)} + 1 \cdot 2^0{}_{(10)} \\ &= 4_{(10)} + 2_{(10)} + 1_{(10)} \\ &= 7_{(10)}\end{aligned}$$

しかし，10 進数では，普通 $_{(10)}$ を省略するから,

$$\begin{aligned}111_{(2)} &= 100_{(2)} + 10_{(2)} + 1_{(2)} \\ &= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 4 + 2 + 1 \\ &= 7\end{aligned}$$

でよい。

以後 10 進数では $_{(10)}$ を省略する

(2)

$$\begin{aligned}1011_{(2)} &= 1000_{(2)} + 10_{(2)} + 1_{(2)} \\ &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 8 + 2 + 1 \\ &= 11\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}101110_{(2)} &= 100000_{(2)} + 1000_{(2)} + 100_{(2)} + 10_{(2)} + 1_{(2)} \\ &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 \\ &= 32 + 8 + 4 + 2 \\ &= 46\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}1110111_{(2)} &= 1000000_{(2)} + 100000_{(2)} + 10000_{(2)} + 100_{(2)} + 10_{(2)} + 1_{(2)} \\ &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 64 + 32 + 16 + 4 + 2 + 1 \\ &= 119\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}10202_{(3)} &= 10000_{(3)} + 2 \cdot 100_{(3)} + 2 \cdot 1_{(3)} \\ &= 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^0 \\ &= 81 + 18 + 2 \\ &= 101\end{aligned}$$

(6)

$$
\begin{aligned}
210210_{(3)} &= 2\cdot 10000_{(3)} + 10000_{(3)} + 2\cdot 100_{(3)} + 10_{(3)} \\
&= 2\cdot 3^5 + 1\cdot 3^4 + 2\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 \\
&= 486 + 81 + 18 + 3 \\
&= 588
\end{aligned}
$$

(7)

$$
\begin{aligned}
4321_{(5)} &= 4\cdot 1000_{(5)} + 3\cdot 100_{(5)} + 2\cdot 10_{(5)} + 1_{(5)} \\
&= 4\cdot 5^3 + 3\cdot 5^2 + 2\cdot 5^1 + 1\cdot 5^0 \\
&= 500 + 75 + 10 + 1 \\
&= 586
\end{aligned}
$$

(8)

$$
\begin{aligned}
32412_{(5)} &= 3\cdot 10000_{(5)} + 2\cdot 1000_{(5)} + 4\cdot 100_{(5)} + 10_{(5)} + 2\cdot 1_{(5)} \\
&= 3\cdot 5^4 + 2\cdot 5^3 + 4\cdot 5^2 + 1\cdot 5^1 + 2\cdot 5^0 \\
&= 1875 + 250 + 100 + 5 + 2 \\
&= 2232
\end{aligned}
$$

(9)

$$
\begin{aligned}
543_{(6)} &= 5\cdot 100_{(6)} + 4\cdot 10_{(6)} + 3\cdot 1_{(6)} \\
&= 5\cdot 6^2 + 4\cdot 6^1 + 3\cdot 6^0 \\
&= 180 + 24 + 3 \\
&= 207
\end{aligned}
$$

(10)

$$
\begin{aligned}
1624_{(7)} &= 1000_{(7)} + 6\cdot 100_{(7)} + 2\cdot 10_{(7)} + 4\cdot 1_{(7)} \\
&= 1\cdot 7^3 + 6\cdot 7^2 + 2\cdot 7^1 + 4\cdot 7^0 \\
&= 343 + 294 + 14 + 4 \\
&= 655
\end{aligned}
$$

(11)

$$
\begin{aligned}
753_{(8)} &= 7\cdot 100_{(8)} + 5\cdot 10_{(8)} + 3\cdot 1_{(8)} \\
&= 7\cdot 8^2 + 5\cdot 8^1 + 3\cdot 8^0 \\
&= 448 + 40 + 3 \\
&= 491
\end{aligned}
$$

(12)

$$
\begin{aligned}
6572_{(8)} &= 6\cdot 1000_{(8)} + 5\cdot 100_{(8)} + 7\cdot 10_{(8)} + 2\cdot 1_{(8)} \\
&= 6\cdot 8^3 + 5\cdot 8^2 + 7\cdot 8^1 + 2\cdot 8^0 \\
&= 3072 + 320 + 56 + 2 \\
&= 3450
\end{aligned}
$$

276

10 進数を n 進数で表すには，次々と n で割っていき，出てきた余りを逆順に並べればよい。
たとえば，25 を 2 進法で表す場合は，下のようにして，$25=11001_{(2)}$ である。

$$
\begin{array}{lll}
2\underline{)25} & & \\
2\underline{)12} & \cdots 1 & \\
2\underline{)6} & \cdots 0 & \\
2\underline{)3} & \cdots 0 & \\
2\underline{)1} & \cdots 1 & \\
\ \ 0 & \cdots 1 & \uparrow \text{余り}
\end{array}
$$

尚，ここでは，上のように表すのは手間がかかるので，等式変形をして解いた。

(1)

解法 1

$$
\begin{aligned}
25&=1\cdot 2^4+9\\
&=1\cdot 2^4+1\cdot 2^3+1\cdot 2^0\\
&=1\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\
&=11001_{(2)}
\end{aligned}
$$

解法 2

$$
\begin{aligned}
25&=2\cdot 12+1\cdot 2^0\\
&=2\cdot(2\cdot 6+0)+1\cdot 2^0\\
&=2^2\cdot 6+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\
&=2^2(2\cdot 3+0)+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\
&=2^4\cdot 3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\
&=2^4(2\cdot 1+1)+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\
&=1\cdot 2^5+1\cdot 2^4+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\
&=11001_{(2)}
\end{aligned}
$$

補足：解法 2 について

解法 2 は

25 を 2 で割ったときの商 12，余り $1=2^0$ の位の数

12 を 2 で割ったときの商 6，余り $0=2^1$ の位の数

6 を 2 で割ったとき商 3，余り $0=2^2$ の位の数

3 を 2 で割ったときの商 1，余り $1=2^3$ の位の数

1 を 2 で割ったときの商 0，余り $1=2^4$ の位の数

ということであるから，

これは，「10 進数を n 進数で表すには，次々と n で割っていき，出てきた余りを逆順に並べればよい。」という解法の原理である。

(2)

解法 1

$$\begin{aligned}36&=1\cdot 2^5+4\\&=1\cdot 2^5+1\cdot 2^2\\&=100100_{(2)}\end{aligned}$$

解法 2

$$\begin{aligned}36&=2\cdot 18+0\cdot 2^0\\&=2(2\cdot 9+0)+0\cdot 2^0\\&=2^2\cdot 9+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0\\&=2^2(2^3+1)+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0\\&=1\cdot 2^5+1\cdot 2^2+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0\\&=1\cdot 2^5+0\cdot 2^4+0\cdot 2^3+1\cdot 2^2+0\cdot 2^1+0\cdot 2^0\\&=100100_{(2)}\end{aligned}$$

(3)

解法 1

$$\begin{aligned}87&=1\cdot 2^6+23\\&=1\cdot 2^6+1\cdot 2^4+7\\&=1\cdot 2^6+1\cdot 2^4+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=1010111_{(2)}\end{aligned}$$

解法 2

$$\begin{aligned}87&=2\cdot 43+1\cdot 2^0\\&=2\cdot(2\cdot 21+1)+1\cdot 2^0\\&=2^2\cdot 21+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=2^2(2\cdot 10+1)+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=2^3\cdot 10+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=2^3(2\cdot 5+0)+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=2^4\cdot 5+0\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=2^4(2^2+1)+0\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=1\cdot 2^6+0\cdot 2^5+1\cdot 2^4+0\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\&=1010111_{(2)}\end{aligned}$$

(4)

解法 1

$$\begin{aligned}96 &= 3\cdot 5^2 + 21\\ &= 3\cdot 5^2 + 4\cdot 5^1 + 1\cdot 5^0\\ &= 341_{(5)}\end{aligned}$$

解法 2

$$\begin{aligned}96 &= 5\cdot 19 + 1\cdot 5^0\\ &= 5\cdot(5\cdot 3 + 4) + 1\cdot 5^0\\ &= 3\cdot 5^2 + 4\cdot 5^1 + 1\cdot 5^0\\ &= 341_{(5)}\end{aligned}$$

(5)

解法 1

$$\begin{aligned}123 &= 4\cdot 5^2 + 23\\ &= 4\cdot 5^2 + 4\cdot 5^1 + 3\cdot 5^0\\ &= 443_{(5)}\end{aligned}$$

(6)

解法 1

$$\begin{aligned}248 &= 1\cdot 3^5 + 5\\ &= 1\cdot 3^5 + 1\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0\\ &= 100012_{(3)}\end{aligned}$$

解法 2

$$\begin{aligned}248 &= 3\cdot 82 + 2\cdot 3^0\\ &= 3\cdot(3^4 + 1) + 2\cdot 3^0\\ &= 1\cdot 3^5 + 0\cdot 3^4 + 0\cdot 3^3 + 0\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0\\ &= 100012_{(3)}\end{aligned}$$

(7)

解法 1

$$\begin{aligned}321 &= 6\cdot 7^2 + 27\\ &= 6\cdot 7^2 + 3\cdot 7^1 + 6\cdot 7^0\\ &= 636_{(7)}\end{aligned}$$

解法 2

$$\begin{aligned}321 &= 7\cdot 46 + 6\cdot 7^0\\ &= 7\cdot(7\cdot 6 + 3) + 6\cdot 7^0\\ &= 6\cdot 7^2 + 3\cdot 7^1 + 6\cdot 7^0\\ &= 636_{(7)}\end{aligned}$$

(8)

解法 1

$$
\begin{aligned}
965 &= 1\cdot 8^3 + 453 \\
&= 1\cdot 8^3 + 7\cdot 8^2 + 5\cdot 8^0 \\
&= 1705_{(8)}
\end{aligned}
$$

解法 2

$$
\begin{aligned}
965 &= 8\cdot 120 + 5\cdot 8^0 \\
&= 8\cdot(8\cdot 15 + 0) + 5\cdot 8^0 \\
&= 8^2\cdot 15 + 0\cdot 8^1 + 5\cdot 8^0 \\
&= 8^2(8\cdot 1 + 7) + 0\cdot 8^1 + 5\cdot 8^0 \\
&= 1\cdot 8^3 + 7\cdot 8^2 + 0\cdot 8^1 + 5\cdot 8^0 \\
&= 1705_{(8)}
\end{aligned}
$$

(9)

解法 1

$$
\begin{aligned}
7964 &= 1\cdot 8^4 + 3868 \\
&= 1\cdot 8^4 + 7\cdot 8^3 + 284 \\
&= 1\cdot 8^4 + 7\cdot 8^3 + 4\cdot 8^2 + 28 \\
&= 1\cdot 8^4 + 7\cdot 8^3 + 4\cdot 8^2 + 3\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 \\
&= 17434_{(8)}
\end{aligned}
$$

解法 2

$$
\begin{aligned}
7964 &= 8\cdot 995 + 4\cdot 8^0 \\
&= 8\cdot(8\cdot 124 + 3) + 4\cdot 8^0 \\
&= 8^2\cdot 124 + 3\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 \\
&= 8^2(8\cdot 15 + 4) + 3\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 \\
&= 8^3\cdot 15 + 4\cdot 8^2 + 3\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 \\
&= 8^3(8\cdot 1 + 7) + 4\cdot 8^2 + 3\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 \\
&= 1\cdot 8^4 + 7\cdot 8^3 + 4\cdot 8^2 + 3\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 \\
&= 17434_{(8)}
\end{aligned}
$$

277

(1)

$$\begin{aligned}0.111_{(2)} &= 0.1_{(2)} + 0.01_{(2)} + 0.001_{(2)} \\ &= 1\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{2^2} + 1\cdot\frac{1}{2^3} \\ &= 0.5 + 0.25 + 0.125 \\ &= 0.875\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}0.0101_{(2)} &= 0.01_{(2)} + 0.0001_{(2)} \\ &= 1\cdot\frac{1}{2^2} + 1\cdot\frac{1}{2^4} \\ &= \frac{2^2+1}{2^4} \\ &= \frac{5}{16} \\ &= 0.3125\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}0.432_{(5)} &= 0.4_{(5)} + 0.03_{(5)} + 0.002_{(5)} \\ &= 4\cdot 0.1_{(5)} + 3\cdot 0.01_{(5)} + 2\cdot 0.001_{(5)} \\ &= 4\cdot\frac{1}{5} + 3\cdot\frac{1}{5^2} + 2\cdot\frac{1}{5^3} \\ &= \frac{4\cdot 5^2 + 3\cdot 5 + 2}{5^3} \\ &= \frac{117}{125} \\ &= 0.936\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}0.1234_{(5)} &= 0.1_{(5)} + 2\cdot 0.01_{(5)} + 3\cdot 0.001_{(5)} + 4\cdot 0.0001_{(5)} \\ &= 1\cdot\frac{1}{5} + 2\cdot\frac{1}{5^2} + 3\cdot\frac{1}{5^3} + 4\cdot\frac{1}{5^4} \\ &= \frac{5^3 + 2\cdot 5^2 + 3\cdot 5 + 4}{5^4} \\ &= \frac{194}{625} \\ &= 0.3104\end{aligned}$$

278

(1)

解法 **1**

$$
\begin{aligned}
0.864 &= \frac{4.32}{5} \\
&= \frac{4+0.32}{5} \\
&= \frac{4}{5}+\frac{0.32}{5} \\
&= 4\cdot\frac{1}{5}+\frac{1.6}{5^2} \\
&= 4\cdot\frac{1}{5}+\frac{1+0.6}{5^2} \\
&= 4\cdot\frac{1}{5}+1\cdot\frac{1}{5^2}+\frac{0.6}{5^2} \\
&= 4\cdot\frac{1}{5}+1\cdot\frac{1}{5^2}+\frac{3}{5^3} \\
&= 4\cdot\frac{1}{5}+1\cdot\frac{1}{5^2}+3\cdot\frac{1}{5^3} \\
&= 0.413_{(5)}
\end{aligned}
$$

解法 **2**

$$
\begin{aligned}
0.864 &= \frac{864}{1000} \\
&= \frac{2^5\cdot 3^3}{2^3\cdot 5^3} \\
&= \frac{108}{5^3} \\
&= \frac{4\cdot 5^2+1\cdot 5+3}{5^3} \\
&= 4\cdot\frac{1}{5}+1\cdot\frac{1}{5^2}+3\cdot\frac{1}{5^3} \\
&= 0.413_{(5)}
\end{aligned}
$$

(2)

解法 1

$$
\begin{aligned}
0.6875 &= \frac{1.375}{2} \\
&= \frac{1}{2} + \frac{0.375}{2} \\
&= 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{0.75}{2^2} \\
&= 1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1.5}{2^3} \\
&= 1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{0.5}{2^3} \\
&= 1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2^2} + 1 \cdot \frac{1}{2^3} + 1 \cdot \frac{1}{2^4} \\
&= 0.1011_{(2)}
\end{aligned}
$$

解法 2

$$
\begin{aligned}
0.6875 &= \frac{6875}{10000} \\
&= \frac{5^4 \cdot 11}{2^4 \cdot 5^4} \\
&= \frac{11}{2^4} \\
&= \frac{1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1}{2^4} \\
&= 1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2^2} + 1 \cdot \frac{1}{2^3} + 1 \cdot \frac{1}{2^4} \\
&= 0.1011_{(2)}
\end{aligned}
$$

(3)

解法 1

$$
\begin{aligned}
0.9376 &= \frac{4.688}{5} \\
&= 4 \cdot \frac{1}{5} + \frac{0.688}{5} \\
&= 4 \cdot \frac{1}{5} + \frac{3.44}{5^2} \\
&= 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5^2} + \frac{0.44}{5^2} \\
&= 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5^2} + \frac{2.2}{5^3} \\
&= 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5^2} + 2 \cdot \frac{1}{5^3} + \frac{0.2}{5^3}
\end{aligned}
$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5^2} + 2 \cdot \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4}$$
$$= 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5^2} + 2 \cdot \frac{1}{5^3} + 1 \cdot \frac{1}{5^4}$$
$$= 0.4321_{(5)}$$

解法 2

$$0.9376 = \frac{9376}{10000}$$
$$= \frac{2^5 \cdot 293}{2^4 \cdot 5^4}$$
$$= \frac{586}{5^4}$$
$$= \frac{4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1}{5^4}$$
$$= 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5^2} + 2 \cdot \frac{1}{5^3} + \frac{0.2}{5^3}$$
$$= 0.4321_{(5)}$$

(4)

解法 1

$$0.8125 = \frac{3.25}{4}$$
$$= 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{0.25}{4}$$
$$= 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2}$$
$$= 3 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{4^2}$$
$$= 0.31_{(4)}$$

解法 2

$$0.8125 = \frac{8125}{10000}$$
$$= \frac{5^4 \cdot 13}{2^4 \cdot 5^4}$$
$$= \frac{13}{4^2}$$
$$= \frac{3 \cdot 4 + 1}{4^2}$$
$$= 3 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{4^2} = 0.31_{(4)}$$

279～281 の計算問題 の前に

$\boldsymbol{n}$ 進法の足し算，引き算，掛け算を $\boldsymbol{n}$ 進数のまま行う方法

足し算

10 進数の足し算では, ある位の和の値がたとえば 15 になったとすると, $15=10+5$ より, 5 がその位の数となり，10 は繰り上がり，その 1 つ上の位の数が 1 だけ増える。

例

$568+257$ の計算方法

1. 各位の数を繰り上げず（）で表す。

$$\begin{aligned}568+257&=(5+2)(6+5)(8+7)\\&=(7)(11)(15)\end{aligned}$$

2. （）の数が 10 以上の場合は $10+a$ の形にする。

$$\begin{aligned}568+257&=(7)(11)(15)\\&=(7)(10+1)(10+5)\end{aligned}$$

3. 「（）内の 10 は繰り上げ，1 つ上の位の数を 1 増し，残りの数をその位の数とする」という操作を，小さい位の数から順に行う。

$$\begin{aligned}568+257&=(7)(10+1)(10+5)\\&=(7)(10+1+1)(5)\\&=(7)(10+2)(5)\\&=(7+1)(2)(5)\\&=(8)(2)(5)\end{aligned}$$

4. （）を除けば完成

$$\begin{aligned}568+257&=(8)(2)(5)\\&=825\end{aligned}$$

簡略化すると,

$$\begin{aligned}568+257&=(7)(11)(15)\\&=(7)(12)(5)\\&=(8)(2)(5)\\&=825\end{aligned}$$

n 進数の足し算では，ある位の和の値が $n+a$ $(0 \leq a \leq n-1)$ になったとすると，
a をその位の数となり，n は繰り上がり，その 1 つ上の位の数が 1 だけ増える。

例

$568+257$ の計算方法と同様にして，

$$\begin{aligned}
6354_{(7)}+3246_{(7)} &= (6+3)(3+2)(5+4)(4+6)_{(7)} \\
&= (9)(5)(9)(10)_{(7)} \\
&= (7+2)(5)(7+2)(7+3)_{(7)} \\
&= (7+2)(5)(7+2+1)(3)_{(7)} \\
&= (7+2)(5)(7+3)(3)_{(7)} \\
&= (7+2)(5+1)(3)(3)_{(7)} \\
&= (7+2)(6)(3)(3)_{(7)} \\
&= (1)(2)(6)(3)(3)_{(7)} \\
&= 12633_{(7)}
\end{aligned}$$

簡略化すると，

$$\begin{aligned}
6354_{(7)}+3246_{(7)} &= (9)(5)(9)(10)_{(7)} \\
&= (9)(5)(10)(3)_{(7)} \\
&= (9)(6)(3)(3)_{(7)} \\
&= (1)(2)(6)(3)(3)_{(7)} \\
&= 12633_{(7)}
\end{aligned}$$

引き算

10 進数の引き算では，ある位の値が，たとえば-3と負になったとすると，
その 1 つ上の位の数を 1 つ繰り下がり，その位の数が 10 増し，$10-3$すなわち 7 となる。

例：$521-257$の計算方法

1. 各位の数を繰り下げず（）で表す。

$$521-257=(5-2)(2-5)(1-7)=(3)(-3)(-6)$$

2. 「()内の数が負の場合は，1 つ上の位の数を 1 減らし，その位の数を 10 増す」という操作を，小さい位の数から順に行い，最後に（）を除く。

$$\begin{aligned}521-257&=(3)(-3)(-6)\\&=(3)(-3-1)(10-6)\\&=(3)(-4)(4)\\&=(3-1)(10-4)(4)\\&=(2)(6)(4)\\&=264\end{aligned}$$

簡略化すると，

$$\begin{aligned}521-257&=(3)(-3)(-6)\\&=(3)(-4)(4)\\&=(2)(6)(4)\\&=264\end{aligned}$$

同様に，n 進数の引き算では，ある位の数の差が$-a$ $(-n\leq -a\leq -1)$になったとすると，
その 1 つ上の位の数が 1 つ繰り下がり，その位の数が n 増し，$n-a$ となる。

例

$$\begin{aligned}42031_{(5)}-3412_{(5)}&=(4)(-1)(-4)(2)(-1)_{(5)}\\&=(4)(-1)(-4)(2-1)(5-1)_{(5)}\\&=(4)(-1)(-4)(1)(4)_{(5)}\\&=(4)(-1-1)(5-4)(1)(4)_{(5)}\\&=(4)(-2)(1)(1)(4)_{(5)}\\&=(4-1)(5-2)(1)(1)(4)_{(5)}\\&=(3)(3)(1)(1)(4)_{(5)}\\&=33114_{(5)}\end{aligned}$$

簡略化すると，

$$\begin{aligned}42031_{(5)}-3412_{(5)}&=(4)(-1)(-4)(2)(-1)_{(5)}\\&=(4)(-1)(-4)(1)(4)_{(5)}\\&=(4)(-2)(1)(1)(4)_{(5)}\\&=(3)(3)(1)(1)(4)_{(5)}\\&=33114_{(5)}\end{aligned}$$

掛け算

10 進数の掛け算のある位の値がたとえば 36 になったとすると，$36=3\cdot 10+6$ より，
6 がその位の数となり，$3\cdot 10$ は繰り上がり，その 1 つ上の位の数が 3 だけ増える。

例

85×56 の計算方法

1．数を繰り上げず（）で表し，そのまま足し算をする。

$$
\begin{array}{ccc}
 & 8 & 5 \\
\times & 5 & 6 \\
\hline
 & (8\times 6) & (5\times 6) \\
(8\times 5) & (5\times 5) & \\
\hline
(40) & (48+25) & (30)
\end{array}
$$

2．繰り上げを小さい位の数から順に行っていき，最後に（）をはずす。

$$
\begin{aligned}
(40)(48+25)(30) &= (40)(73)(30) \\
&= (40)(73)(3\cdot 10+0) \\
&= (40)(73+3)(0) \\
&= (40)(76)(0) \\
&= (40)(7\cdot 10+6)(0) \\
&= (40+7)(6)(0) \\
&= (4)(7)(6)(0) \\
&= 4760
\end{aligned}
$$

同様に，n 進数の掛け算では，ある位の値が $a\cdot n+b\ (0\leq b\leq n-1)$ になったとすると，
b がその位の数となり，$a\cdot n$ は繰り上がり，その 1 つ上の位の数が a だけ増える。

例

$1032_{(5)}\times 24_{(5)}$

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 1 & 0 & 3 & 2 \\
\times & & & 2 & 4 \\
\hline
 & (1\times 4) & (0\times 4) & (3\times 4) & (2\times 4) \\
(1\times 2) & (0\times 2) & (3\times 2) & (2\times 2) & \\
\hline
(2) & (4+0) & (0+6) & (12+4) & (8)
\end{array}
$$

より，

$$
\begin{aligned}
(2)(4+0)(0+6)(12+4)(8)_{(5)} &= (2)(4)(6)(16)(8)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6)(16)(1\cdot 5+3)_{(2)} \\
&= (2)(4)(6)(16+1)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6)(17)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6)(3\cdot 5+2)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6+3)(2)(3)_{(5)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&=(2)(4)(9)(2)(3)_{(5)}\\
&=(2)(4)(1\cdot 5+4)(2)(3)_{(5)}\\
&=(2)(4+1)(4)(2)(3)_{(5)}\\
&=(2)(5)(4)(2)(3)_{(5)}\\
&=(2)(1\cdot 5+0)(4)(2)(3)_{(5)}\\
&=(2+1)(0)(4)(2)(3)_{(5)}\\
&=(3)(0)(4)(2)(3)_{(5)}\\
&=30423_{(5)}
\end{aligned}
$$

では，以上の手法を使って **279**～**281** の計算問題を解いてみる。

279

(1)

$$
\begin{aligned}
1010_{(2)}+1101_{(2)}&=(2)(1)(1)(1)_{(2)}\\
&=(1\cdot 2+0)(1)(1)(1)_{(2)}\\
&=(1)(0)(1)(1)(1)_{(2)}\\
&=10111_{(2)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
1010_{(2)}+1101_{(2)}&=\left(1\cdot 2^3+1\cdot 2^1\right)+\left(1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^0\right)\\
&=10+13\\
&=23\\
&=10111_{(2)}
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{aligned}
11110_{(2)}+111_{(2)}&=(1)(1)(2)(2)(1)_{(2)}\\
&=(1)(1)(3)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1)(1)(1\cdot 2+1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1)(1+1)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1)(2)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1)(1\cdot 2+0)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1+1)(0)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(2)(0)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1\cdot 2+0)(0)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=(1)(0)(0)(1)(0)(1)_{(2)}\\
&=100101_{(2)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
11110_{(2)}+111_{(2)}&=2^4+2^3+2^2+2+2^2+2+1\\
&=37\\
&=100101_{(2)}
\end{aligned}
$$

(3)

$$\begin{aligned}110111_{(2)}+1001_{(2)}&=(1)(1)(1)(1)(1)(2)_{(2)}\\&=(1)(1)(1)(1)(2)(0)_{(2)}\\&=(1)(1)(1)(2)(0)(0)_{(2)}\\&=(1)(1)(2)(0)(0)(0)_{(2)}\\&=(1)(2)(0)(0)(0)(0)_{(2)}\\&=(2)(0)(0)(0)(0)(0)_{(2)}\\&=1000000_{(2)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}110111_{(2)}+1001_{(2)}&=2^5+2^4+2^2+2+1+2^3+1\\&=64\\&=1000000_{(2)}\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}101011_{(2)}+11011_{(2)}&=(1)(1)(2)(0)(2)(2)_{(2)}\\&=(1)(1)(2)(0)(3)(0)_{(2)}\\&=(1)(1)(2)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=(1)(2)(0)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=(2)(0)(0)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=(1)(0)(0)(0)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=1000110_{(2)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}101011_{(2)}+11011_{(2)}&=2^5+2^3+2+1+2^4+2^3+2+1\\&=70\\&=1000110_{(2)}\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}1101_{(2)}-110_{(2)}&=(1)(0)(-1)(1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(2-1)(1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(1)(1)_{(2)}\\&=(0)(2-1)(1)(1)_{(2)}\\&=(0)(1)(1)(1)_{(2)}\\&=111_{(2)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}1101_{(2)}-110_{(2)}&=2^3+2^2+1-\left(2^2+2\right)\\&=7\\&=111_{(2)}\end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned}10100_{(2)}-1001_{(2)}&=(1)(-1)(1)(0)(-1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(1)(-1)(2-1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(1)(-1)(1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(0)(2-1)(1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(0)(1)(1)_{(2)}\\&=(0)(2-1)(0)(1)(1)_{(2)}\\&=(0)(1)(0)(1)(1)_{(2)}\\&=1011_{(2)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}10100_{(2)}-1001_{(2)}&=2^4+2^2-\left(2^3+1\right)\\&=11\\&=1011_{(2)}\end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned}101001_{(2)}-1010_{(2)}&=(1)(0)(0)(0)(-1)(1)_{(2)}\\&=(1)(0)(0)(-1)(1)(1)_{(2)}\\&=(1)(0)(-1)(1)(1)(1)_{(2)}\\&=(1)(-1)(1)(1)(1)(1)_{(2)}\\&=(0)(1)(1)(1)(1)(1)_{(2)}\\&=11111_{(2)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}101001_{(2)}-1010_{(2)}&=2^5+2^3+1-\left(2^3+2\right)\\&=31\\&=11111_{(2)}\end{aligned}$$

(8)

$$\begin{aligned}11001011_{(2)}-101101_{(2)}&=(1)(1)(-1)(0)(0)(-1)(1)(0)_{(2)}\\&=(1)(1)(-1)(0)(-1)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=(1)(1)(-1)(-1)(1)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=(1)(1)(-2)(1)(1)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=(1)(0)(0)(1)(1)(1)(1)(0)_{(2)}\\&=10011110_{(2)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}11001011_{(2)}-101101_{(2)}&=2^7+2^6+2^3+2+1-\left(2^5+2^3+2^2+1\right)\\&=158\\&=10011110_{(2)}\end{aligned}$$

280

(1)

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & \times & & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & (1) & (1) & (0) & (0) & (1) \\
 & (0) & (0) & (0) & (0) & (0) & \\
(1) & (1) & (0) & (0) & (1) & & \\
\hline
(1) & (1) & (1) & (1) & (1) & (0) & (1)
\end{array}
$$

$\therefore 11001_{(2)} \times 101_{(2)} = 1111101_{(2)}$

別解

$$
\begin{aligned}
11001_{(2)} \times 101_{(2)} &= (2^4 + 2^3 + 1) \times (2^2 + 1) \\
&= 125 \\
&= 1111101_{(2)}
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & \times & & & & 1 & 1 & 0 \\
\hline
 & & (0) & (0) & (0) & (0) & (0) & (0) \\
 & (1) & (0) & (1) & (1) & (1) & (0) & \\
(1) & (0) & (1) & (1) & (1) & (0) & & \\
\hline
(1) & (1) & (1) & (2) & (2) & (1) & (0) & (0)
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore 101110_{(2)} \times 110_{(2)} &= (1)(1)(1)(2)(2)(1)(0)(0)_{(2)} \\
&= (1)(1)(1)(3)(0)(1)(0)(0)_{(2)} \\
&= (1)(1)(2)(1)(0)(1)(0)(0)_{(2)} \\
&= (1)(2)(0)(1)(0)(1)(0)(0)_{(2)} \\
&= (2)(0)(0)(1)(0)(1)(0)(0)_{(2)} \\
&= 10010100_{(2)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
101110_{(2)} \times 110_{(2)} &= (2^5 + 2^3 + 2^2 + 2) \times (2^2 + 2) \\
&= 276 \\
&= 10010100_{(2)}
\end{aligned}
$$

(3)

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 & & \times & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & (1) & (1) & (0) & (1) & (0) & (1) \\
 & & (0) & (0) & (0) & (0) & (0) & (0) & \\
 & (1) & (1) & (0) & (1) & (0) & (1) & & \\
(1) & (1) & (0) & (1) & (0) & (1) & & & \\
\hline
(1) & (2) & (1) & (2) & (2) & (1) & (2) & (0) & (1)
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore 110101_{(2)} \times 1101_{(2)} &= (1)(2)(1)(2)(2)(1)(2)(0)(1)_{(2)} \\
&= (1)(2)(1)(2)(2)(2)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= (1)(2)(1)(2)(3)(0)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= (1)(2)(1)(3)(1)(0)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= (1)(2)(2)(1)(1)(0)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= (1)(3)(0)(1)(1)(0)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= (2)(1)(0)(1)(1)(0)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= (1)(0)(1)(0)(1)(1)(0)(0)(0)(1)_{(2)} \\
&= 1010110001_{(2)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
110101_{(2)} \times 1101_{(2)} &= \left(2^5 + 2^4 + 2^2 + 1\right) \times \left(2^3 + 2^2 + 1\right) \\
&= 689 \\
&= 1010110001_{(2)}
\end{aligned}
$$

(4)

割り算の計算は掛け算と引き算の組合せ計算です。

掛け算と引き算に慣れたことでしょうから，(4)～(6)は直接計算することにします。

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & & 1 & 0 & 0 & 1 \\
\cline{5-9}
1 & 0 & 1 & \big) & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & & & 1 & 0 & 1 & & & \\
\cline{5-10}
 & & & & & & & 1 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & 1 & 0 & 1 \\
\cline{8-10}
 & & & & & & & & & 0
\end{array}
$$

$$
\therefore 101101_{(2)} \div 101_{(2)} = 1001_{(2)}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
101101_{(2)} \div 101_{(2)} &= \left(2^5 + 2^3 + 2^2 + 1\right) \div \left(2^2 + 1\right) \\
&= 45 \div 5 \\
&= 9 \\
&= 1001_{(2)}
\end{aligned}
$$

(5)

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
 & & & & & & & & & & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \cline{7-14}
1 & 0 & 0 & 0 & 1 &) & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & \\ \cline{7-14}
 & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\
 & & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\ \cline{9-14}
 & & & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cline{10-14}
 & & & & & & & & & & & & & 0
\end{array}
$$

$\therefore 10111011_{(2)} \div 10001_{(2)} = 1011_{(2)}$

別解

$$
\begin{aligned}
10111011_{(2)} \div 10001_{(2)} &= \left(2^7+2^5+2^4+2^3+2+1\right) \div \left(2^4+1\right) \\
&= 187 \div 17 \\
&= 11 \\
&= 1011_{(2)}
\end{aligned}
$$

(6)

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
 & & & & & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \cline{6-14}
1 & 1 & 0 & 1 &) & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & & & & \\ \cline{7-14}
 & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & & \\ \cline{8-14}
 & & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \cline{11-14}
 & & & & & & & & & & & & & 0
\end{array}
$$

$\therefore 100010001_{(2)} \div 1101_{(2)} = 10101_{(2)}$

別解

$$
\begin{aligned}
100010001_{(2)} \div 1101_{(2)} &= \left(2^8+2^4+1\right) \div \left(2^3+2^2+1\right) \\
&= 273 \div 13 \\
&= 21 \\
&= 10101_{(2)}
\end{aligned}
$$

281

(1)

$$\begin{aligned}201_{(3)}+122_{(3)}&=(3)(2)(3)_{(3)}\\&=(3)(2)(3+0)_{(3)}\\&=(3)(2+1)(0)_{(3)}\\&=(3)(3+0)(0)_{(3)}\\&=(3+1)(0)(0)_{(3)}\\&=(1)(1)(0)(0)_{(3)}\\&=1100_{(3)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}201_{(3)}+122_{(3)}&=2\cdot 3^2+1+3^2+2\cdot 3+2\\&=36\\&=1100_{(3)}\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}1044_{(5)}+2104_{(5)}&=(3)(1)(4)(8)_{(5)}\\&=(3)(1)(4)(5+3)_{(5)}\\&=(3)(1)(4+1)(3)_{(5)}\\&=(3)(1)(5+0)(3)_{(5)}\\&=(3)(1+1)(0)(3)_{(5)}\\&=3203_{(5)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}1044_{(5)}+2104_{(5)}&=5^3+4\cdot 5+4+2\cdot 5^3+5^2+4\\&=428\\&=3203_{(5)}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}6354_{(7)}+3246_{(7)}&=(9)(5)(9)(10)_{(7)}\\&=(9)(5)(9)(7+3)_{(7)}\\&=(9)(5)(9+1)(3)_{(7)}\\&=(9)(5)(7+3)(3)_{(7)}\\&=(9)(5+1)(3)(3)_{(7)}\\&=(7+2)(6)(3)(3)_{(7)}\\&=(1)(2)(6)(3)(3)_{(7)}\\&=12633_{(7)}\end{aligned}$$

別解

$$
\begin{aligned}
6354_{(7)}+3246_{(7)} &= 6\cdot 7^3+3\cdot 7^2+5\cdot 7+4+3\cdot 7^3+2\cdot 7^2+4\cdot 7+6 \\
&= 9\cdot 7^3+5\cdot 7^2+9\cdot 7+10 \\
&= 3405 \\
&= 12633_{(7)}
\end{aligned}
$$

(4)

$$
\begin{aligned}
453_{(6)}-124_{(6)} &= (3)(3)(-1)_{(6)} \\
&= (3)(2)(6-1)_{(6)} \\
&= (3)(2)(5)_{(6)} \\
&= 325_{(6)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
453_{(6)}-124_{(6)} &= 4\cdot 6^2+5\cdot 6+3-\left(6^2+2\cdot 6+4\right) \\
&= 125 \\
&= 325_{(6)}
\end{aligned}
$$

(5)

$$
\begin{aligned}
7654_{(8)}-5765_{(8)} &= (2)(-1)(-1)(-1)_{(8)} \\
&= (2)(-1)(-2)(8-1)_{(8)} \\
&= (2)(-2)(8-2)(7)_{(8)} \\
&= (1)(8-2)(6)(7)_{(8)} \\
&= (1)(6)(6)(7)_{(8)} \\
&= 1667_{(8)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
7654_{(8)}-5765_{(8)} &= 7\cdot 8^3+6\cdot 8^2+5\cdot 8+4-\left(5\cdot 8^3+7\cdot 8^2+6\cdot 8+5\right) \\
&= 2\cdot 8^3-1\cdot 8^2-1\cdot 8-1 \\
&= 951 \\
&= 1667_{(8)}
\end{aligned}
$$

(6)

$$
\begin{aligned}
42031_{(5)}-3412_{(5)} &= (4)(-1)(-4)(2)(-1)_{(5)} \\
&= (4)(-1)(-4)(1)(5-1)_{(5)} \\
&= (4)(-2)(5-4)(1)(4)_{(5)} \\
&= (3)(5-2)(1)(1)(4)_{(5)} \\
&= (3)(3)(1)(1)(4)_{(5)} \\
&= 33114_{(5)}
\end{aligned}
$$

別解

$$\begin{aligned}42031_{(5)}-3412_{(5)}&=4\cdot5^4+2\cdot5^3+3\cdot5+1-\left(3\cdot5^3+4\cdot5^2+5+2\right)\\&=4\cdot5^4-5^3-4\cdot5^2+2\cdot5-1\\&=2284\\&=33114_{(5)}\end{aligned}$$

(7)

$$\begin{array}{rrrr} & 5 & 7 & 3\\ \times & & 1 & 1\\ \hline & (5) & (7) & (3)\\ (5) & (7) & (3) & \\ \hline (5) & (12) & (10) & (3)\end{array}$$

$$\begin{aligned}\therefore 573_{(8)}\times 11_{(8)}&=(5)(12)(10)(3)_{(8)}\\&=(5)(12)(1\cdot8+2)(3)_{(8)}\\&=(5)(12+1)(2)(3)_{(8)}\\&=(5)(1\cdot8+5)(2)(3)_{(8)}\\&=(5+1)(5)(2)(3)_{(8)}\\&=(6)(5)(2)(3)_{(8)}\\&=6523_{(8)}\end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned}573_{(8)}\times 11_{(8)}&=\left(5\cdot8^2+7\cdot8+3\right)\times(8+1)\\&=379\times9\\&=3411\\&=6523_{(8)}\end{aligned}$$

(8)

$$\begin{array}{rrrrr} & 3 & 0 & 1 & 2\\ \times & & & 1 & 3\\ \hline & (9) & (0) & (3) & (6)\\ (3) & (0) & (1) & (2) & \\ \hline (3) & (9) & (1) & (5) & (6)\end{array}$$

$$\begin{aligned}\therefore 3012_{(4)}\times 13_{(4)}&=(3)(9)(1)(5)(6)_{(4)}\\&=(3)(9)(1)(5)(1\cdot4+2)_{(4)}\\&=(3)(9)(1)(5+1)(2)_{(4)}\\&=(3)(9)(1)(1\cdot4+2)(2)_{(4)}\\&=(3)(9)(1+1)(2)(2)_{(4)}\\&=(3)(2\cdot4+1)(2)(2)_{(4)}\\&=4122_{(4)}\end{aligned}$$

(9)

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & 1 & 0 & 3 & 2 \\
\times & & & 2 & 4 \\
\hline
 & (4) & (0) & (12) & (8) \\
(2) & (0) & (6) & (4) & \\
\hline
(2) & (4) & (6) & (16) & (8)
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore 1032_{(5)} \times 24_{(5)} &= (2)(4)(6)(16)(8)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6)(16)(1\cdot 5+3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6)(16+1)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6)(3\cdot 5+2)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(6+3)(2)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4)(1\cdot 5+4)(2)(3)_{(5)} \\
&= (2)(4+1)(4)(2)(3)_{(5)} \\
&= (2)(1\cdot 5+0)(4)(2)(3)_{(5)} \\
&= (2+1)(0)(4)(2)(3)_{(5)} \\
&= 30423_{(5)}
\end{aligned}
$$

別解

$$
\begin{aligned}
1032_{(5)} \times 24_{(5)} &= \left(5^3+3\cdot 5+2\right)\times(2\cdot 5+4) \\
&= 142\times 14 \\
&= 1988 \\
&= 30423_{(5)}
\end{aligned}
$$

(10)

割り算の計算は掛け算と引き算の組合せ計算です。

掛け算と引き算に慣れたことでしょうから，(10)〜(12)は直接計算することにします。

$$
\begin{array}{rr|rrrr}
 & & & & 3 & 2 \\
\hline
2 & 5 & 1 & 1 & 6 & 3 \\
 & & 1 & 1 & 1 & \\
\hline
 & & & & 5 & 3 \\
 & & & & 5 & 3 \\
\hline
 & & & & & 0
\end{array}
$$

$$\therefore 1163_{(7)} \div 25_{(7)} = 32_{(7)}$$

別解

$$
\begin{aligned}
1163_{(7)} \div 25_{(7)} &= \left(7^3+7^2+6\cdot 7+3\right)\div(2\cdot 7+5) \\
&= 437\div 19 \\
&= 23 \\
&= 32_{(7)}
\end{aligned}
$$

(11)

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & 2 & 1 \\
\cline{4-7}
2 & 1 &) & 3 & 0 & 4 & 1 \\
 & & & 2 & 1 & & \\
\cline{4-7}
 & & & & 4 & 4 & \\
 & & & & 4 & 2 & \\
\cline{5-7}
 & & & & & 2 & 1 \\
 & & & & & 2 & 1 \\
\cline{6-7}
 & & & & & & 0
\end{array}
$$

$\therefore 3041_{(5)} \div 21_{(5)} = 121_{(5)}$

別解

$$
\begin{aligned}
3041_{(5)} \div 21_{(5)} &= \left(3 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5 + 1\right) \div (2 \cdot 5 + 1) \\
&= 396 \div 11 \\
&= 36 \\
&= 121_{(5)}
\end{aligned}
$$

(12)

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & & 4 & 2 & 1 \\
\cline{4-8}
1 & 0 & 1 &) & 4 & 3 & 0 & 2 & 1 \\
 & & & & 4 & 0 & 4 & & \\
\cline{5-9}
 & & & & & 2 & 1 & 2 & \\
 & & & & & 2 & 0 & 2 & \\
\cline{6-9}
 & & & & & & 1 & 0 & 1 \\
 & & & & & & 1 & 0 & 1 \\
\cline{7-9}
 & & & & & & & & 0
\end{array}
$$

$\therefore 43021_{(5)} \div 101_{(5)} = 421_{(5)}$

別解

$$
\begin{aligned}
43021_{(5)} \div 101_{(5)} &= \left(4 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5 + 1\right) \div \left(5^2 + 1\right) \\
&= 2886 \div 26 \\
&= 111 \\
&= 421_{(5)}
\end{aligned}
$$

282

10 進数で表してから，それを ***n*** 進数にすればよい。

283

(1)

$132_{(n)}$ を 10 進数で表すと

$$132_{(n)} = 1 \cdot n^2 + 3 \cdot n^1 + 2 \cdot n^0$$
$$= n^2 + 3n + 2$$

これが 72 と等しいから，$n^2 + 3n + 2 = 72 \quad \therefore n^2 + 3n - 70 = 0$

これと $n^2 + 3n - 70 = (n+10)(n-7)$ より，$(n+10)(n-7) = 0$

n は 2 以上の自然数だから，$n = 7$

(2)

$332_{(n)}$ を 10 進数で表すと

$$332_{(n)} = 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n^1 + 2 \cdot n^0$$
$$= 3n^2 + 3n + 2$$

これが 218 と等しいから，$3n^2 + 3n + 2 = 218 \quad \therefore n^2 + n - 72 = 0$

これと $n^2 + n - 72 = (n+9)(n-8)$ より，$(n+9)(n-8) = 0$

n は 2 以上の自然数だから，$n = 8$

284

(1)

解法 1

6 桁の 2 進数すなわち $100000_{(2)}$ 以上 $111111_{(2)}$ 以下の数を 10 進法で表した数を n とすると，

$100000_{(2)} = 2^5$，$111111_{(2)} = 1000000_{(2)} = 2^6 - 1$ より，$2^5 \leq n \leq 2^6 - 1$

よって，その個数は $(2^6 - 1) - 2^5 + 1 = 2^5 = 32$

解法 2

最も大きい位すなわち 2^5 の位の数は 1 の 1 通り，

残り 5 つの各桁の数はそれぞれ 1 または 0 の 2 通りあるから，

数字の並び方は全部で $1 \cdot 2^5 = 32$ 通りある。

よって，求める数の個数は 32

補足

位	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
可能な数	1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
場合の数	1	2	2	2	2	2

よって，$1 \cdot 2^5 = 32$ 通り

(2)

解法 1

4 桁の 5 進数すなわち$1000_{(5)}$以上$11111_{(5)}$以下の数を 10 進法で表した数を n とすると，

$1000_{(5)} = 5^3$， $1111_{(5)} = 10000_{(5)} = 5^4 - 1$ より， $5^3 \le n \le 5^4 - 1$

よって，その個数は$(5^4 - 1) - 5^3 + 1 = 5^4 - 5^3 = 5 \cdot 5^3 - 5^3 = 4 \cdot 5^3 = 500$

解法 2

最も大きい位すなわち5^3の位の数は1, 2, 3, 4 の 4 通り，
残り 3 つの各桁の数はそれぞれ0, 1, 2, 3, 4 の 5 通りあるから，
数字の並び方は全部で$4 \cdot 5^3 = 500$通りある。
よって，求める数の個数は 500

補足

位	5^3	5^2	5^1	5^0
可能な数	1,2,3,4	0,1,2,3,4	0,1,2,3,4	0,1,2,3,4
場合の数	4	5	5	5

よって， $4 \cdot 5^3 = 500$ 通り

285

$N = a0b_{(7)} = a \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + b \cdot 7^0 = 49a + b$ （$1 \le a \le 6$， $0 \le b \le 6$）

$N = b0a_{(5)} = b \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + a \cdot 5^0 = a + 25b$ （$1 \le b \le 4$， $0 \le a \le 4$）

したがって，

$49a + b = a + 25b$　すなわち $a = \dfrac{b}{2}$　・・・①

$1 \le a \le 6$ かつ $0 \le a \le 4$ より， $1 \le a \le 4$　・・・②

$0 \le b \le 6$ かつ $1 \le b \le 4$ より， $1 \le b \le 4$　・・・③

よって，①～③を同時に満たす a, b の組は$(a,\ b) = (1,\ 2),\ (2,\ 4)$

ここで， $N = 49a + b$ より，

$(a,\ b) = (1,\ 2)$とすると， $N = 49 \cdot 1 + 2 = 51$

$(a,\ b) = (2,\ 4)$とすると， $N = 49 \cdot 2 + 4 = 102$

N は 3 桁の自然数だから， $(a,\ b) = (2,\ 4)$， $N = 102$

286

$$N = abc_{(5)} = a\cdot 5^2 + b\cdot 5^1 + c\cdot 5^0 = 25a + 5b + c \quad (1 \le a \le 4,\ 0 \le b \le 4,\ 0 \le c \le 4)$$

$$N = cab_{(7)} = c\cdot 7^2 + a\cdot 7^1 + b\cdot 7^0 = 7a + b + 49c \quad (0 \le a \le 6,\ 0 \le b \le 6,\ 1 \le c \le 6)$$

したがって，

$25a + 5b + c = 7a + b + 49c$　すなわち $c = \dfrac{9a+2b}{24}$　・・・①

$1 \le a \le 4$ かつ $0 \le a \le 6$ より，$1 \le a \le 4$　・・・②

$0 \le b \le 4$ かつ $0 \le b \le 6$ より，$0 \le b \le 4$　・・・③

$0 \le c \le 4$ かつ $1 \le c \le 6$ より，$1 \le c \le 4$　・・・④

a, b, c は整数であることと①より，$9a + 2b$ は偶数であることが必要である。

これと $2b$ は偶数であることから，$9a$ は偶数，すなわち a は偶数である。

よって，$a = 2, 4$

$a = 2$ のとき

①より，$c = \dfrac{18+2b}{24}$

これと③，④より，$b = 3,\ c = 1$

$a = 4$ のとき

①より，$c = \dfrac{36+2b}{24}$

これと③より，④を満たす b は存在しない。

以上より，

$(a,\ b,\ c) = (2,\ 3,\ 1)$

また，$N = 25a + 5b + c$ より，$N = 25\cdot 2 + 5\cdot 3 + 1 = 66$

287

(1)

この数列は 5 進数の自然数を小さいものから順に並べたものだから，

2013 番目の数は 10 進数 2013 を 5 進法で表した数である。

よって，$2013 = 31023_{(5)}$ より，2013 番目の数は 31023 である。

(2)

$$2013_{(5)} = 2\cdot 5^3 + 0\cdot 5^2 + 1\cdot 5^1 + 3\cdot 5^0 = 258$$

よって，2013 は 258 番目の数である。