2 次関数 1　関数とグラフ

120

(1)

$y=ax+b$ について

$x=-2$ のとき $y=5$ だから，$5=-2a+b$　・・・①

$x=1$ のとき $y=2$ だから，$2=a+b$　・・・②

①，②の連立方程式を解くと，$a=-1,\ b=3$

(2)

$y=ax+b$ について

$(-1,\ -1)$ を通るということは，$x=-1$ のとき $y=-1$ ということだから，$-1=-a+b$　・・・①

$(3,\ 1)$ を通るということは，$x=3$ のとき $y=1$ ということだから，$1=3a+b$　・・・②

①，②の連立方程式を解くと，$a=\dfrac{1}{2},\ b=-\dfrac{1}{2}$

121

ポイント：傾きのある直線のグラフでは，定義域の両端で最大値と最小値をとる。

(1)

グラフの傾きが正（右上がりの直線）だから，x の値が増加すると y の値も増加する。

よって，$x=a$ のとき y は最小値 1 を，$x=4$ のとき y は最大値 19 をとる。

ゆえに，$1=3a+b$　・・・①，$19=12+b$　・・・②

①，②の連立方程式を解くと，$a=-2,\ b=7$

(2)

$a<0$ より，グラフの傾きが負（右下がりの直線）だから，x の値が増加すると y の値は減少する。よって，$x=1$ のとき y は最大値 1 を，$x=3$ のとき y は最小値 0 をとる。

ゆえに，$1=a+b$　・・・①，$0=3a+b$　・・・②

①，②の連立方程式を解くと，$a=-\dfrac{1}{2},\ b=\dfrac{3}{2}$ となり，これは $a<0$ を満たす。

(3)

$a=0$ のとき

$y=b$ となる。

これは x の値によらず y の値が常に b ということだから条件に適しない。

$a>0$ のとき

グラフの傾きが正だから，x の値が増加すると y の値も増加する。

これと $1<x\leq 3$ より，定義域の最小値が存在しないから y の最小値は存在しない。

また，$x=3$ のとき y は最大値をとる。

ところが，与えられた条件は $1\leq y<5$ だから，y の最小値が存在し，最大値が存在しない。

よって，$a>0$ とすると条件を満たさない。

$a<0$ のとき

グラフの傾きが負だから，x の値が増加すると y の値は減少する。

これと $1<x\leq 3$ より，$3a+b\leq y<a+b$

$1\leq y<5$ だから，$3a+b=1$　・・・①，$a+b=5$　・・・②

①，②の連立方程式を解くと，$a=-2,\ b=7$

(4)

$a=0$ のとき

$y=b$ となる。

これは x の値によらず y の値が常に b ということだから条件に適しない。

$a>0$ のとき

グラフの傾きが正だから，x の値が増加すると y の値も増加する。

したがって，$0\leq x\leq 1$ より，$b\leq y\leq a+b$

これと $-1\leq y\leq 1$ より，$b=-1$　・・・①，$a+b=1$　・・・②

①，②の連立方程式を解くと，$a=2,\ b=-1$

これは $a>0$ を満たす。

$a<0$ のとき

グラフの傾きが負だから，x の値が増加すると y の値は減少する。

したがって，$0\leq x\leq 1$ より，$a+b\leq y\leq b$

これと $-1\leq y\leq 1$ より，$a+b=-1$　・・・③，$b=1$　・・・④

③，④の連立方程式を解くと，$a=-2,\ b=1$

これは $a<0$ を満たす。

以上より，$(a,\ b)=(2,\ -1),\ (-2,\ 1)$