図形と計量 6　正弦定理と余弦定理の応用

270

ポイント：正弦定理から入るほうが計算が楽

(1)

A*，*C

$A+B+C=180°,\ B=60°$ より，　$A+C=120°$

正弦定理より，　$\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{b}{\sin B}$

よって，

$$\begin{aligned}\sin C&=\frac{c}{b}\sin B\\&=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sin 60°\\&=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=\frac{3}{6}\\&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

これより，　$C=30°,\ 150°$

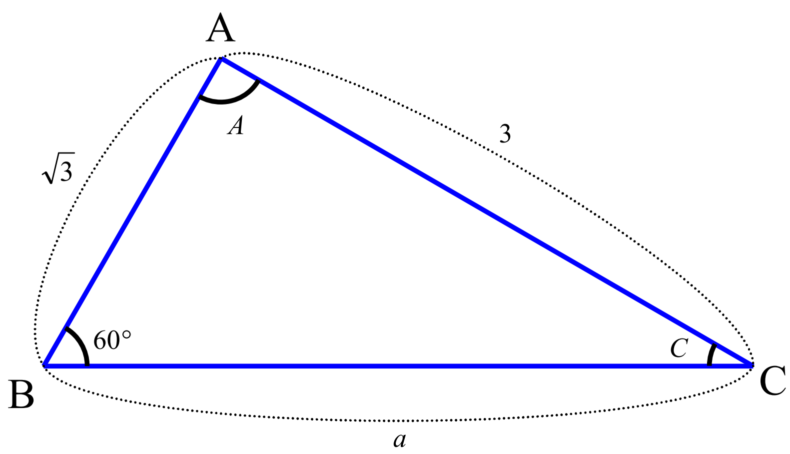
ところが，　$C=150°$ は，　$A+C=120°$ より，　$A=-30°$ となってしまうため不適

ゆえに，　$C=30°,\ A=90°$

a

$A=90°$ だから，三平方の定理より，

$$\begin{aligned}a&=\sqrt{b^2+c^2}\\&=\sqrt{12}\\&=2\sqrt{3}\end{aligned}$$



(2)

A*, *B

$A+B+C=180°,\ C=30°$ より， $A+B=150°$

正弦定理より， $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

よって，

$$\begin{aligned}\sin B &= \frac{b}{c}\sin C\\ &= \frac{2\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 30°\\ &= \frac{2\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}\\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

これより， $B=60°,\ 120°$

これと $A+B=150°$ より， $A=90°,\ B=60°$ または $A=30°,\ B=120°$

a

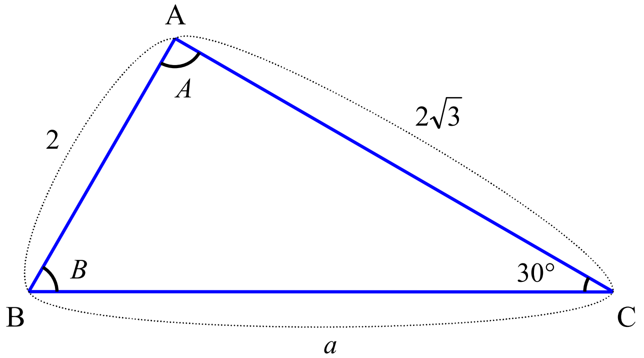
$A=90°,\ B=60°$ のとき

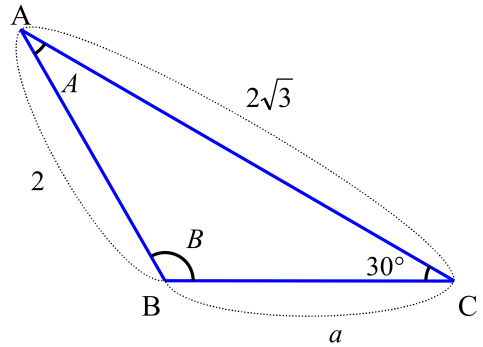
$A=90°$ だから，三平方の定理より，

$$\begin{aligned}a &= \sqrt{b^2+c^2}\\ &= \sqrt{16}\\ &= 4\end{aligned}$$

$A=30°,\ B=120°$ のとき

$A=C=30°$ だから， $a=c=2$





271

(1)

$A+B+C=180°, B=45°, C=105°$ より， $A=180°-(45°+105°)=30°$

正弦定理より， $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$$\begin{aligned}\therefore b&=\frac{a\sin B}{\sin A}\\&=\frac{\sqrt{2}\sin 45°}{\sin 30°}\\&=\frac{\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}\\&=2\end{aligned}$$

(2)

$\boldsymbol{c^2-2c-2=0}$

余弦定理より， $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$$\begin{aligned}\therefore 4&=2+c^2-2\cdot\sqrt{2}c\cos 45°\\&=2+c^2-2\sqrt{2}\cdot c\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\\&=2+c^2-2c\end{aligned}$$

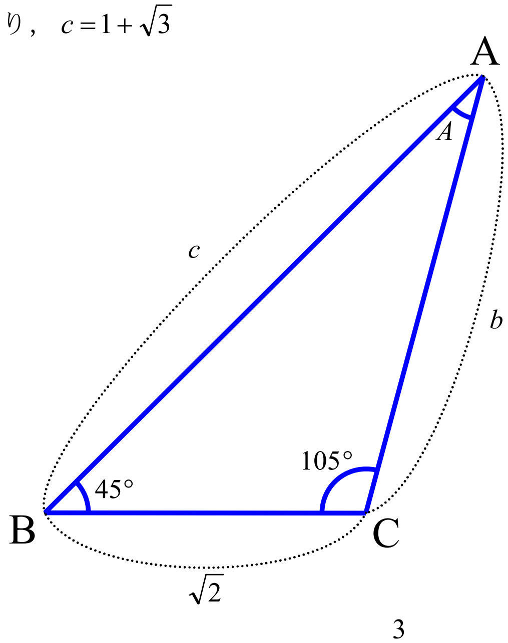
ゆえに， $c^2-2c-2=0$

$\boldsymbol{c}$

三角形の存在条件より， $|a-b|<c<a+b$ すなわち $2-\sqrt{2}<c<2+\sqrt{2}$ ・・・①

$c^2-2c-2=0$ について，解の公式より， $c=1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$ ・・・②

①かつ②より， $c=1+\sqrt{3}$



272

c が最も大きいから，最も大きい角は∠C である。

よって，余弦定理より，

$$\cos\angle C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$
$$=\frac{16+25-36}{2\cdot4\cdot5}$$
$$=\frac{1}{8}$$

$0°\leq\theta\leq180°$ において，$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$ の x は単調に減少していくから，

$0°\leq\theta\leq180°$ において，θ が大きいほど $\cos\theta$ は小さい。

よって，最も小さい角の余弦が最も大きい。

ゆえに，a が最も小さいことから，それは∠A である。

補足 1

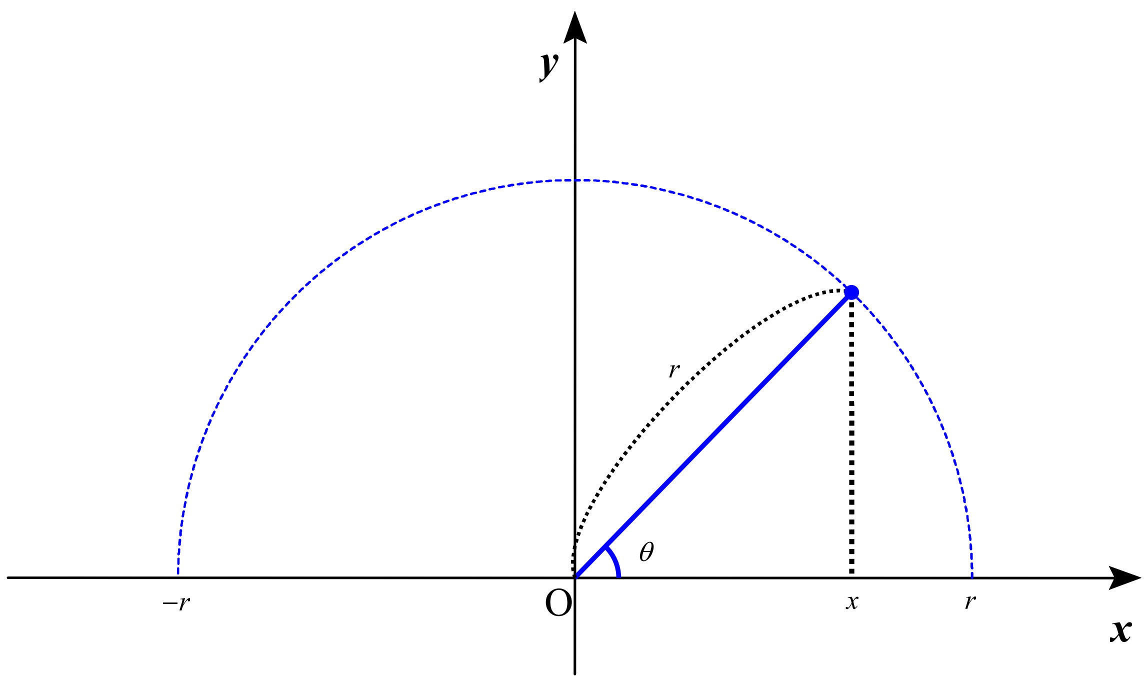
三角形の辺と角の大小関係

1. 大きい辺に向かい合う角は，小さい辺に向かい合う角より大きい。
2. 大きい角に向かい合う辺は，小さい角に向かい合う辺より大きい。

補足 2

θ が $0°$ から $180°$ に増加していくと，x は r から $-r$ へ減少していくから，

$0°\leq\theta\leq180°$ において，θ が大きいほど $\cos\theta=\dfrac{x}{r}$ は小さい。



273

(1)

正弦定理より，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

よって，$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=5:8:7$

ゆえに，$a=5k,\ b=8k,\ c=7k$（k は正の実数）とおくと，

余弦定理より，

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$
$$=\frac{25k^2+64k^2-49k^2}{2\cdot 5k\cdot 8k}$$
$$=\frac{1}{2}$$

また，これより，$C=60°$

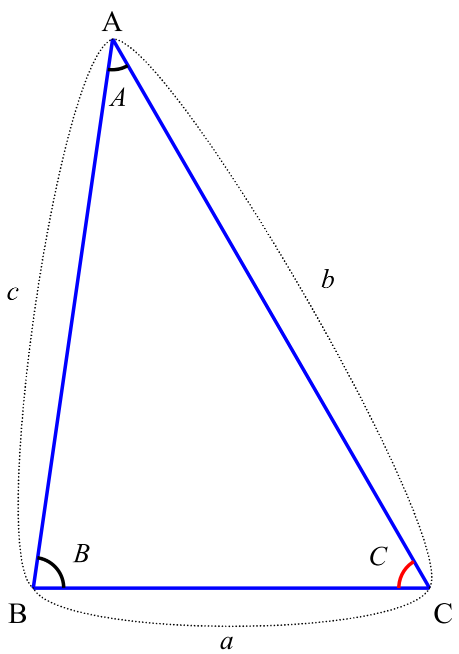
補足

$\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\dfrac{c}{r}\Leftrightarrow a:b:c=p:q:r$ について

$\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\dfrac{c}{r}=k$ とおくと，$\dfrac{a}{p}=k,\ \dfrac{b}{q}=k,\ \dfrac{c}{r}=k$ より，$a=pk,\ b=qk,\ c=rk$

よって，$a:b:c=pk:qk:rk=p:q:r$

正弦定理では，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ だから，$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$



(2)

正弦定理より，$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$

よって，$\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c = \left(1+\sqrt{3}\right) : 2 : \sqrt{2}$

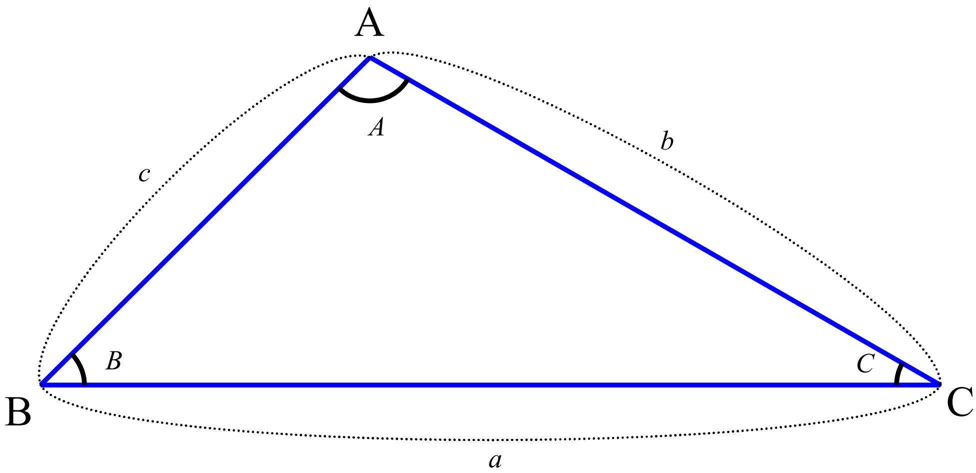
$a : b : c = \left(1+\sqrt{3}\right) : 2 : \sqrt{2}$ より，

$a = \left(1+\sqrt{3}\right)k,\ b = 2k,\ c = \sqrt{2}k$ （k は正の実数）とおくと，

余弦定理より，

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$
$$= \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2 k^2 + 4k^2 - 2k^2}{2\left(1+\sqrt{3}\right)k \cdot 2k}$$
$$= \frac{2\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)}{4\left(1+\sqrt{3}\right)}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

よって，$C = 30°$



(3)

$(b+c):(c+a):(a+b)$＝4：5：6 より，正の実数 k を用いて，

$b+c=8k$　・・・①

$c+a=10k$　・・・②

$a+b=12k$　・・・③

とおくと，

①＋②＋③より， $2a+2b+2c=30k$　$\therefore a+b+c=15k$　・・・④

④－①より， $a=7k$

これを②，③に代入して， c, b を求めると， $c=3k, b=5k$

よって， $a=7k, b=5k, c=3k$

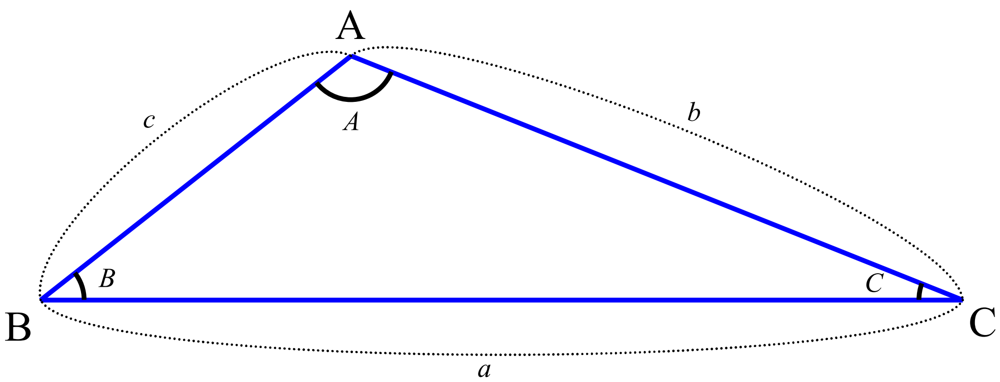
これより，

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$=\frac{25k^2+9k^2-49k^2}{2\cdot 5k\cdot 3k}$$

$$=-\frac{1}{2}$$

$\therefore A=120°$



(4)

A ： B ： C ＝5 : 4 : 3， $A+B+C=180°$ より，

$$A=180°\times\frac{5}{5+4+3}$$
$$=75°$$

A ： B ＝5 : 4 より，

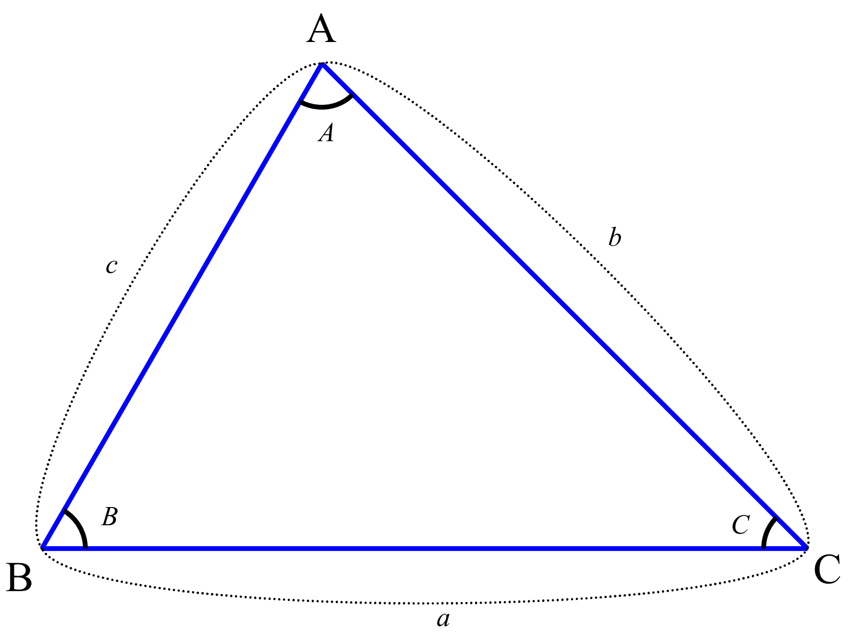
$$B=75°\times\frac{4}{5}$$
$$=60°$$

$A+B+C=180°$ より，

$$C=180°-(A+B)$$
$$=180°-(75°+60°)$$
$$=45°$$

正弦定理より， b ： c ＝ $\sin B$ ： $\sin C$ が成り立つから，

$$b : c = \sin B : \sin C$$
$$= \sin 60° : \sin 45°$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= \sqrt{3} : \sqrt{2}$$



274

c

正弦定理より，$\dfrac{c}{\sin C}=2R$ が成り立つから，

$$\begin{aligned}c&=2R\sin C\\&=2\cdot 1\cdot \sin 60^\circ\\&=\sqrt{3}\end{aligned}$$

a*, *b

a ： b ＝ $\left(1+\sqrt{3}\right)$ ：2 より，$a=\left(1+\sqrt{3}\right)k,\ b=2k$ （k は正の実数）とおくと，

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ （余弦定理）より，

$$\begin{aligned}3&=\left(1+\sqrt{3}\right)^2k^2+4k^2-2\left(1+\sqrt{3}\right)k\cdot 2k\cos 60^\circ\\&=\left(4+2\sqrt{3}\right)k^2+4k^2-2\left(1+\sqrt{3}\right)k^2\\&=6k^2\end{aligned}$$

$$\therefore k=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

ゆえに，

$$a=\left(1+\sqrt{3}\right)k=\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$$

$$b=2k=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

A*, *B

正弦定理より，$\dfrac{b}{\sin B}=2R$ が成り立つから，

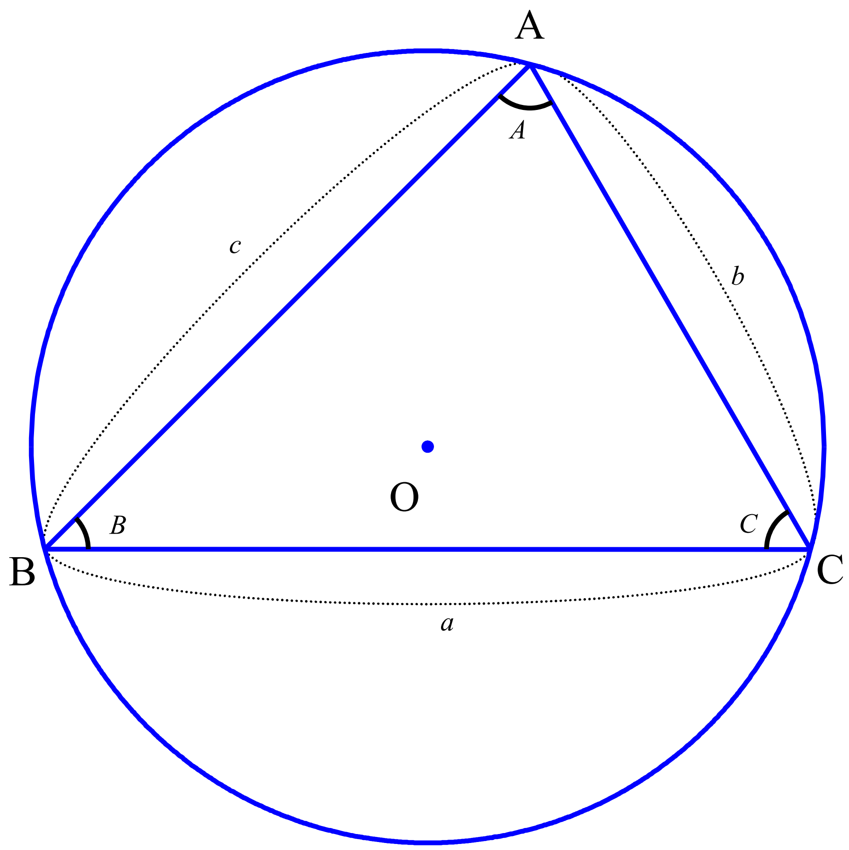
$$\sin B=\frac{b}{2R}=\frac{\sqrt{2}}{2\cdot 1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって，$B=45^\circ,\ 135^\circ$

$B=135^\circ$ は，$B+C=195^\circ>180^\circ$ となるため不適

ゆえに，$B=45^\circ$

また，$A=180^\circ-\left(B+C\right)=180^\circ-\left(45^\circ+60^\circ\right)=75^\circ$


A
A
c
b
O
B
C
B
C
a

275

(1)

正弦定理より， $\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c$ ・・・①

条件より， $\sin A : \sin B : \sin C = 13 : 8 : 7$ ・・・②

したがって，①，②より， $a : b : c = 13 : 8 : 7$

大きい辺に向かい合う角は，小さい辺に向かい合う角より大きいから，

最も大きい角は∠A である。よって，その大きさを A， $a = 13k,\ b = 8k,\ c = 7k$ （k は正の実数）とおくと，余弦定理より，

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{64k^2 + 49k^2 - 169k^2}{2 \cdot 8k \cdot 7k} = -\frac{1}{2}$$

ゆえに， $A = 120°$

(2)

大きい辺に向かい合う角は，小さい辺に向かい合う角より大きいから，

最も小さい角は∠C である。よって，その大きさを C とすると，余弦定理より，

$$\cos^2 C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{169k^2 + 64k^2 - 49k^2}{2 \cdot 13k \cdot 8k} = \frac{23}{26}$$

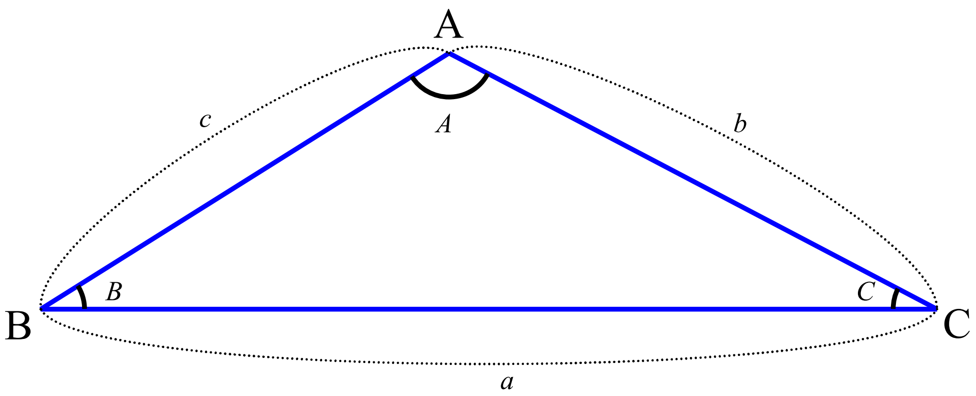
これと $1 + \tan^2 C = \dfrac{1}{\cos^2 C}$ より， $1 + \tan^2 C = \left(\dfrac{26}{23}\right)^2$

よって，

$$\tan^2 C = \left(\frac{26}{23}\right)^2 - 1 = \left(\frac{26}{23} - 1\right)\left(\frac{26}{23} + 1\right) = \frac{3 \cdot 49}{23^2} = 3 \cdot \left(\frac{7}{23}\right)^2$$

ここで，∠C は最大角ではないから， $0 < C < 90°$ より， $\tan C > 0$

ゆえに， $\tan C = \dfrac{7\sqrt{3}}{23}$



276

△ABC において，余弦定理より，

$$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{36+49-25}{2\cdot 6\cdot 7}=\frac{5}{7}$$

よって，△ABM において，余弦定理より，

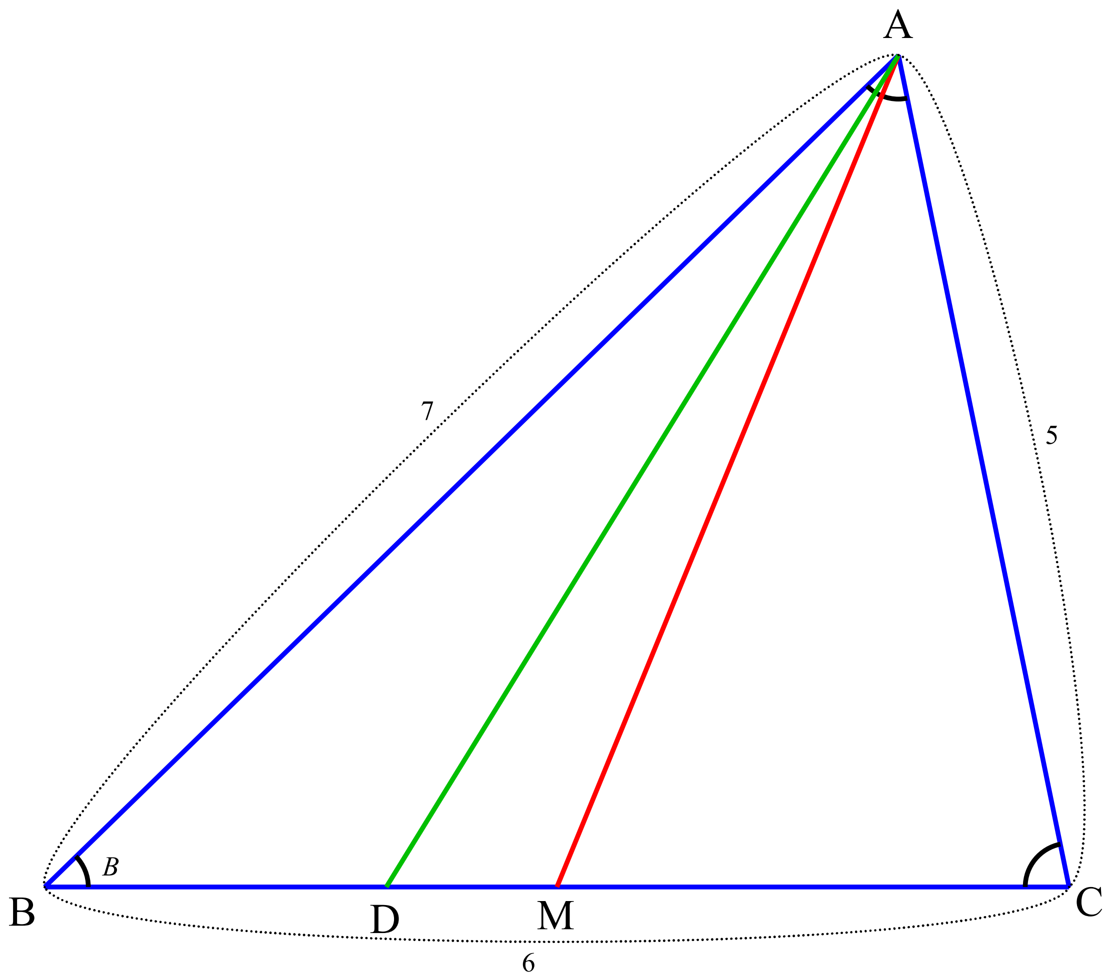
$$\mathrm{AM}^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+c^2-2\cdot\frac{a}{2}\cdot c\cdot\cos B$$
$$=9+49-30$$
$$=28$$

$\therefore \mathrm{AM}=2\sqrt{7}$

また，△ABD において，余弦定理より，

$$\mathrm{AD}^2=\left(\frac{a}{3}\right)^2+c^2-2\cdot\frac{a}{3}\cdot c\cdot\cos B$$
$$=4+49-20$$
$$=33$$

$\therefore \mathrm{AD}=\sqrt{33}$


A
7
5
B
B
D
M
C
6

AM の長さの別解

中線定理より，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2\left(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2\right)$

よって，$7^2+5^2=2\left(\mathrm{AM}^2+3^2\right)$　$\therefore \mathrm{AM}=2\sqrt{7}$

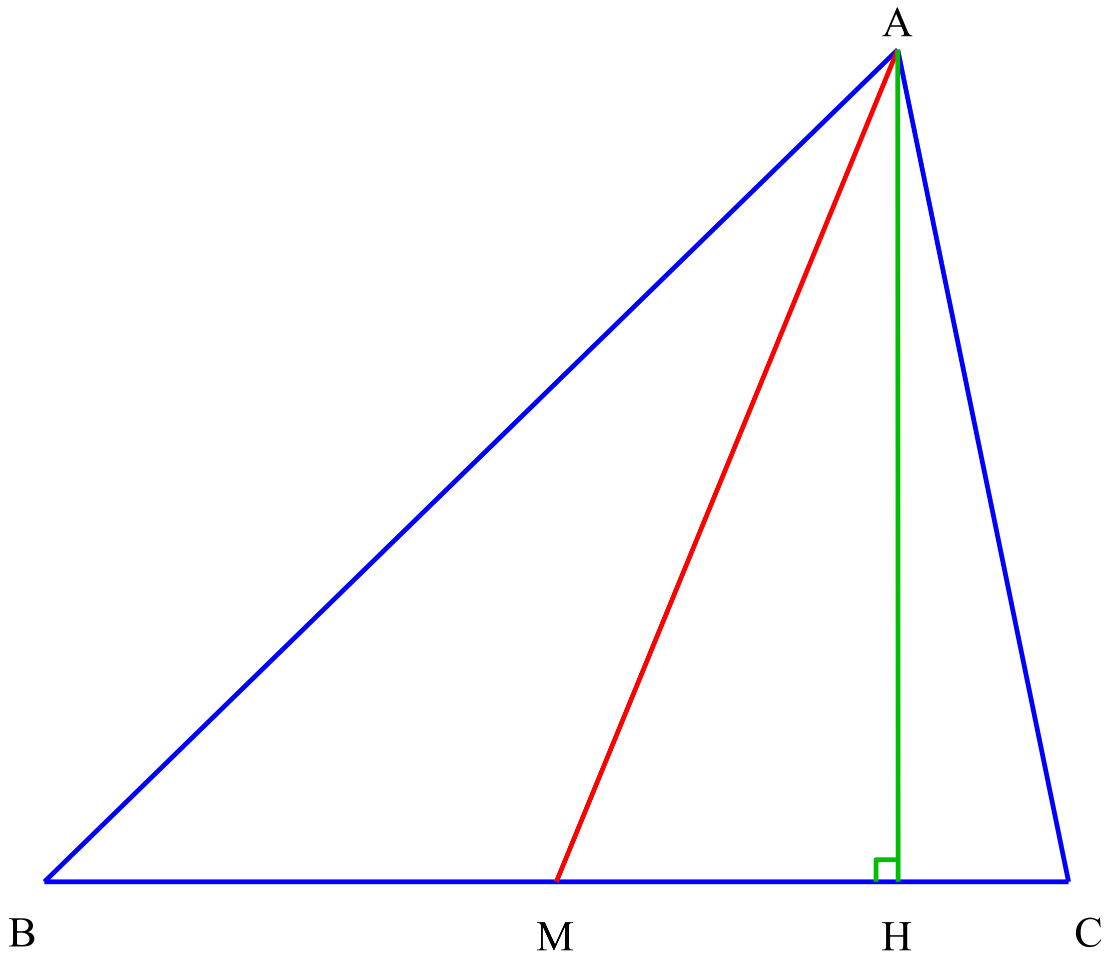
中線定理

導き方

下図より，

$$\begin{aligned}\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2&=\left(\mathrm{AH}^2+\mathrm{BH}^2\right)+\left(\mathrm{AH}^2+\mathrm{CH}^2\right)\\&=\left\{\mathrm{AH}^2+(\mathrm{BM}+\mathrm{MH})^2\right\}+\left\{\mathrm{AH}^2+(\mathrm{CM}-\mathrm{MH})^2\right\}\\&=2\left(\mathrm{AH}^2+\mathrm{MH}^2\right)+\mathrm{BM}^2+\mathrm{CM}^2\\&=2\mathrm{AM}^2+2\mathrm{BM}^2\\&=2\left(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2\right)\end{aligned}$$

簡単に導けますが，結構役に立つ定理なので覚えておくのがいいでしょう。



277

$\triangle$PBQ において，余弦定理より， $PQ^2=PB^2+BQ^2-2PB\cdot BQ\cos\angle PBQ$

また， $\angle PBQ=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$ より， $\cos\angle PBQ=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

よって， $PQ^2=PB^2+BQ^2-\sqrt{3}PB\cdot BQ$ ・・・①

続いて，PB と BQ の距離をそれぞれ求める。

BQ の距離

$\triangle$ABQ において， $\angle QAB+\angle AQB=\angle QBC$ より， $\angle AQB=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

よって，正弦定理より， $\dfrac{BQ}{\sin 30^\circ}=\dfrac{400}{\sin 45^\circ}$

$$\begin{aligned}\therefore BQ&=\frac{400\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}\\&=\frac{400\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\\&=200\sqrt{2}\ \text{m}\quad\cdots②\end{aligned}$$

PB の距離

$\triangle$PBC において， $\angle CPB+\angle PCB=\angle PBA$ より， $\angle CPB=75^\circ-45^\circ=30^\circ$

よって，正弦定理より， $\dfrac{PB}{\sin 45^\circ}=\dfrac{100\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}$

$$\begin{aligned}\therefore PB&=\frac{100\sqrt{3}\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\\&=\frac{100\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}\\&=100\sqrt{6}\ \text{m}\quad\cdots③\end{aligned}$$

①～③より，

$$\begin{aligned}PQ^2&=PB^2+BQ^2-\sqrt{3}PB\cdot BQ\\&=(100\sqrt{6})^2+(200\sqrt{2})^2-\sqrt{3}\cdot100\sqrt{6}\cdot200\sqrt{2}\\&=100^2\cdot6+100^2\cdot8-100^2\cdot12\\&=100^2\cdot2\end{aligned}$$

よって， $PQ=100\sqrt{2}$ m

278

△PBH は $\mathrm{PH}=\mathrm{BH}$ の直角二等辺三角形だから， $\mathrm{BH}=50\,\mathrm{m}$

△PAH は $\angle\mathrm{PAH}=30°$ の直角三角形だから， $\mathrm{AH}=\sqrt{3}\mathrm{PH}$ より， $\mathrm{AH}=50\sqrt{3}\,\mathrm{m}$

よって，△AHB において，余弦定理より，

$$\begin{aligned}\mathrm{AB}^2&=\mathrm{AH}^2+\mathrm{BH}^2-2\mathrm{AH}\cdot\mathrm{BH}\cos 30°\\&=3\cdot 50^2+50^2-2\cdot 50\sqrt{3}\cdot 50\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=50^2\end{aligned}$$

よって，A,B 間の距離は 50m

279

DH＝h とすると， $\mathrm{AH}=\mathrm{DH},\ \mathrm{BH}=\mathrm{DH},\ \mathrm{CH}=\sqrt{3}\mathrm{DH}$ より， $\mathrm{AH}=\mathrm{BH}=h,\ \mathrm{CH}=\sqrt{3}h$

これより，

△ABH において，余弦定理より，

$$\begin{aligned}\cos A&=\frac{\mathrm{AH}^2+\mathrm{AB}^2-\mathrm{BH}^2}{2\mathrm{AH}\cdot\mathrm{AB}}\\&=\frac{h^2+100^2-h^2}{2\cdot h\cdot 100}\\&=\frac{100^2}{200h}\quad\cdot\cdot\cdot①\end{aligned}$$

△ACH において，余弦定理より，

$$\begin{aligned}\cos A&=\frac{\mathrm{AH}^2+\mathrm{AC}^2-\mathrm{CH}^2}{2\mathrm{AH}\cdot\mathrm{AC}}\\&=\frac{h^2+200^2-3h^2}{2\cdot h\cdot 200}\\&=\frac{-2h^2+200^2}{400h}\\&=\frac{-2h^2+4\cdot 100^2}{400h}\\&=\frac{-h^2+2\cdot 100^2}{200h}\quad\cdot\cdot\cdot②\end{aligned}$$

①，②より， $\dfrac{100^2}{200h}=\dfrac{-h^2+2\cdot 100^2}{200h}\qquad\therefore h^2=100^2$

ゆえに，山の高さ $h=100\,\mathrm{m}$

別解

DH＝h とすると， $\mathrm{AH}=\mathrm{DH},\ \mathrm{BH}=\mathrm{DH},\ \mathrm{CH}=\sqrt{3}\mathrm{DH}$ より， $\mathrm{AH}=\mathrm{BH}=h,\ \mathrm{CH}=\sqrt{3}h$

△HAC において，HB は辺 AC の中線だから，

中線定理より， $\mathrm{HA}^2+\mathrm{HC}^2=2\left(\mathrm{AB}^2+\mathrm{HB}^2\right)$

よって， $h^2+3h^2=2\left(100^2+h^2\right)$　$\therefore h^2=100^2$

ゆえに，山の高さ $h=100\,\mathrm{m}$

280

△ABC において，正弦定理より， $\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin 105^\circ}=\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin 45^\circ}$

$$\begin{aligned}\therefore \sin 105^\circ &= \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}\sin 45^\circ \\ &= \frac{1+\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

△ABC において，正弦定理より，

$$\begin{aligned}\cos 105^\circ &= \frac{\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2-\mathrm{BC}^2}{2\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}} \\ &= \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2+2^2-\left(1+\sqrt{3}\right)^2}{2\cdot\sqrt{2}\cdot 2} \\ &= \frac{2-2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

281

(1)

△ABC の外接円の半径を R とすると，正弦定理より， $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$

すなわち $\sin A=\dfrac{a}{2R},\ \sin B=\dfrac{b}{2R},\ \sin C=\dfrac{c}{2R}$

よって，

$$\begin{aligned}c\left(\sin^2 A+\sin^2 B\right) &= c\left\{\left(\frac{a}{2R}\right)^2+\left(\frac{b}{2R}\right)^2\right\} \\ &= \frac{c\left(a^2+b^2\right)}{4R^2}\end{aligned}$$

$$(a\sin A + b\sin B)\sin C = \left(\frac{a^2}{2R}+\frac{b^2}{2R}\right)\cdot\frac{c}{2R}$$
$$=\frac{c\left(a^2+b^2\right)}{4R^2}$$

ゆえに，$c\left(\sin^2 A+\sin^2 B\right)=(a\sin A+b\sin B)\sin C$

(2)

△ABC において，余弦定理より，

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},\ \cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca},\ \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

よって，

$$2(bc\cos A+ca\cos B+ab\cos C)=2\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2}+\frac{c^2+a^2-b^2}{2}+\frac{a^2+b^2-c^2}{2}\right)$$
$$=a^2+b^2+c^2$$

ゆえに，$2(bc\cos A+ca\cos B+ab\cos C)=a^2+b^2+c^2$

282

△ABC において，

△ABC の外接円の半径を R とすると，正弦定理より，$\sin A=\dfrac{a}{2R}$, $\sin B=\dfrac{b}{2R}$, $\sin C=\dfrac{c}{2R}$

余弦定理より，　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$, $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

(1)

$b\sin B=c\sin C$ より，$\dfrac{b^2}{2R}=\dfrac{c^2}{2R}$　$\therefore b=c$

ゆえに，△ABC は $b=c$ の二等辺三角形

(2)

$$(\sin A+\sin B+\sin C)(b+c-a)=\left(\frac{a}{2R}+\frac{b}{2R}+\frac{c}{2R}\right)(b+c-a)$$
$$=\frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2R}$$
$$=\frac{\{(b+c)+a\}\{(b+c)-a\}}{2R}$$
$$=\frac{(b+c)^2-a^2}{2R}$$
$$=\frac{b^2+2bc+c^2-a^2}{2R}$$

$$2c\sin B=\frac{2bc}{2R}$$

よって，$(\sin A+\sin B+\sin C)(b+c-a)=2c\sin B$ より，$\dfrac{b^2+2bc+c^2-a^2}{2R}=\dfrac{2bc}{2R}$

ゆえに，$b^2+c^2-a^2=0$　すなわち　$a^2=b^2+c^2$

よって，△ABC は $A=90°$ の直角三角形

(3)

$$
\begin{aligned}
a\cos A+b\cos B-c\cos C&=a\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+b\cdot\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}-c\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\\
&=\frac{a^2(b^2+c^2-a^2)}{2abc}+\frac{b^2(c^2+a^2-b^2)}{2abc}-\frac{c^2(a^2+b^2-c^2)}{2abc}\\
&=\frac{c^4-(a^4-2a^2b^2+b^4)}{2abc}\\
&=\frac{(c^2)^2-(a^2-b^2)^2}{2abc}\\
&=\frac{\{c^2-(a^2-b^2)\}\{c^2+(a^2-b^2)\}}{2abc}\\
&=\frac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)}{2abc}
\end{aligned}
$$

これと $a\cos A+b\cos B-c\cos C=0$ より，$\dfrac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)}{2abc}=0$

よって，$a^2=b^2+c^2$ または $b^2=c^2+a^2$

ゆえに，△ABC は $A=90°$ または $B=90°$ の直角三角形