

三角関数 1 一般角と弧度法

弧度の定義

扇形の半径を r , 弧の長さを l とすると, 弧度 $\theta = \frac{l}{r}$

245

条件より, $\frac{\pi}{2} + 2m\pi < \alpha < \pi + 2m\pi$, $\pi + 2n\pi < \beta < \frac{3}{2}\pi + 2n\pi$ (m, n は整数)

(1)

$$\pi + 4m\pi < 2\alpha < 2\pi + 4m\pi$$

条件より, 2α の動径は y 軸上にないから,

第3象限または第4象限

(2)

$$\frac{3}{2}\pi + 2(m+n)\pi < \alpha + \beta < \frac{5}{2}\pi + 2(m+n)\pi = \frac{\pi}{2} + 2(m+n+1)\pi$$

条件より, $\alpha + \beta$ の動径は x 軸上にないから,

第1象限または第4象限

246

扇形の中心角 $\theta = \frac{l}{r}$

$$\frac{2}{1} = 2 \text{ ラジアン}$$

扇形の面積 $\frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r^2\theta$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \text{ cm}^2$$

247

条件より, 2円の位置関係は次図のようになる。

ひもは2円の中心を通る直線に関して対称だから,

ひもの長さ = $2 \times (\text{弧 AB の長さ} + \text{AD の長さ} + \text{弧 CD の長さ}) \cdots \textcircled{1}$

$\triangle O_1O_2E$ は, $O_1O_2 = 8$, $O_2E = O_2D - DE = O_2E - O_1A = 4$, $\angle E = \frac{\pi}{2}$ の直角三角形だから,

$$\angle EO_2O_1 = \frac{\pi}{3}$$

よって, $AD = O_1E = O_1O_2 \sin \frac{\pi}{3} = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \cdots \textcircled{2}$

$$\text{弧 AB の長さ} = 2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\text{弧 CD の長さ} = 6 \cdot \frac{2}{3}\pi = \frac{12}{3}\pi \quad \dots \textcircled{4}$$

②, ③, ④を①に代入することにより,

$$\text{ひもの長さ} = 2 \left(\frac{2}{3}\pi + 4\sqrt{3} + \frac{12}{3}\pi \right) = \frac{28}{3}\pi + 8\sqrt{3}$$

