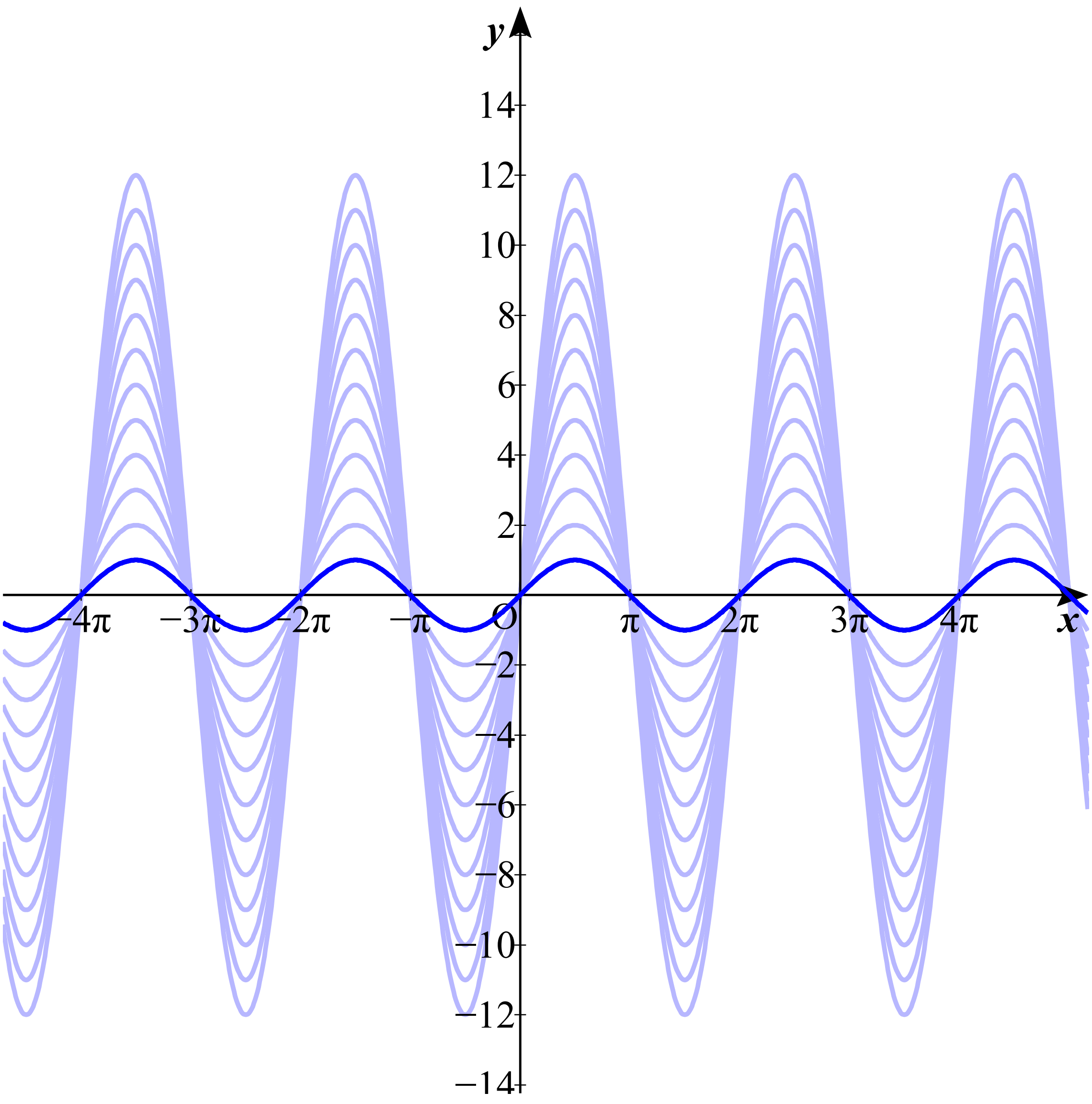
三角関数 4　三角関数のグラフ

$y = a\sin x$ のグラフ 1

a の値を1, 2, 3, …, 12 と変化させました。太線は $y = \sin x$ です。

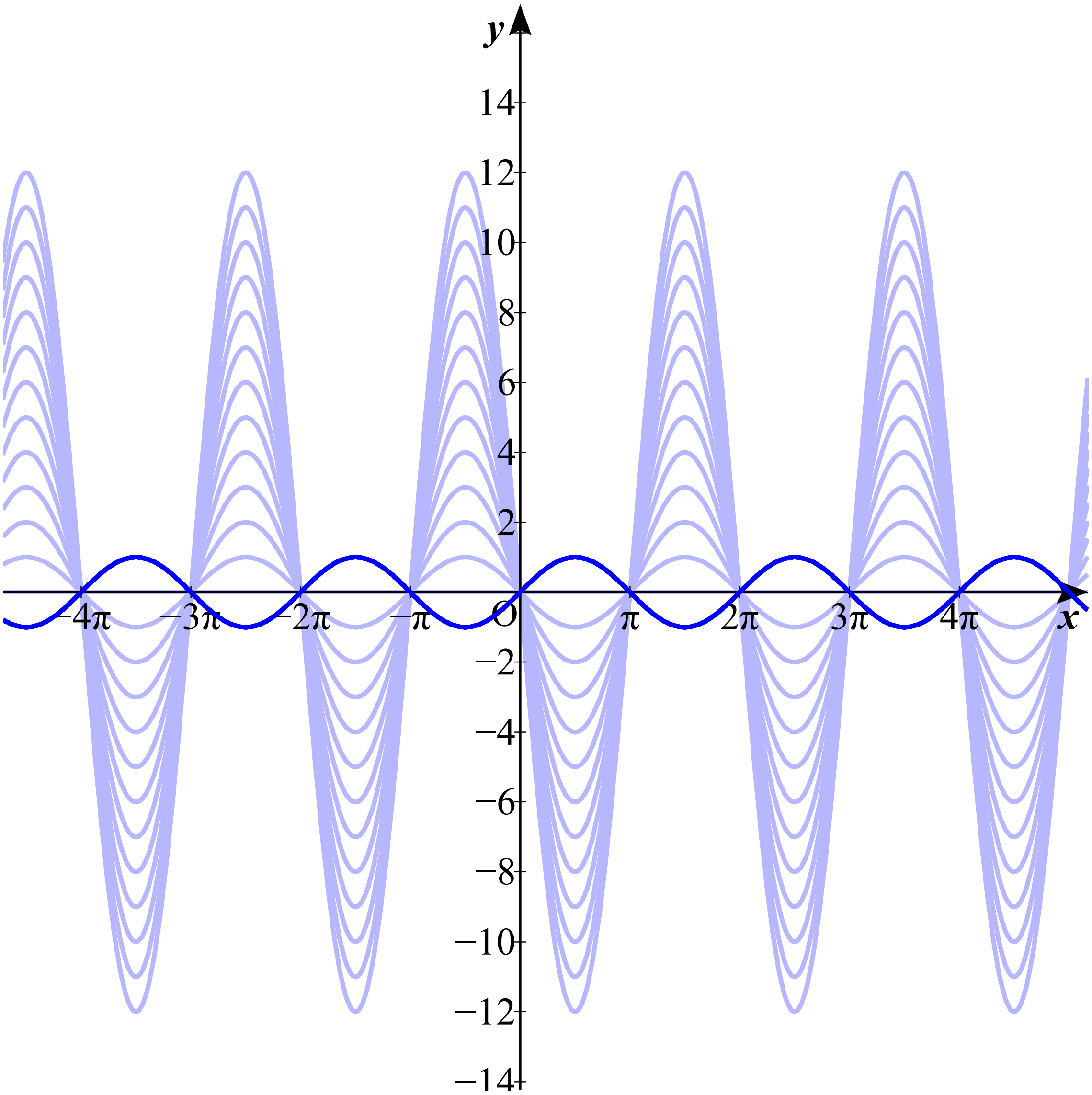
$y = a\sin x$ のグラフは $y = \sin x$ のグラフを y 軸方向に a 倍したものになります。



$y = a\sin x$ のグラフ 2

a の値を $1,\ 0, -1,\ \cdots, -12$ と変化させました。太線は $y=\sin x$ です。

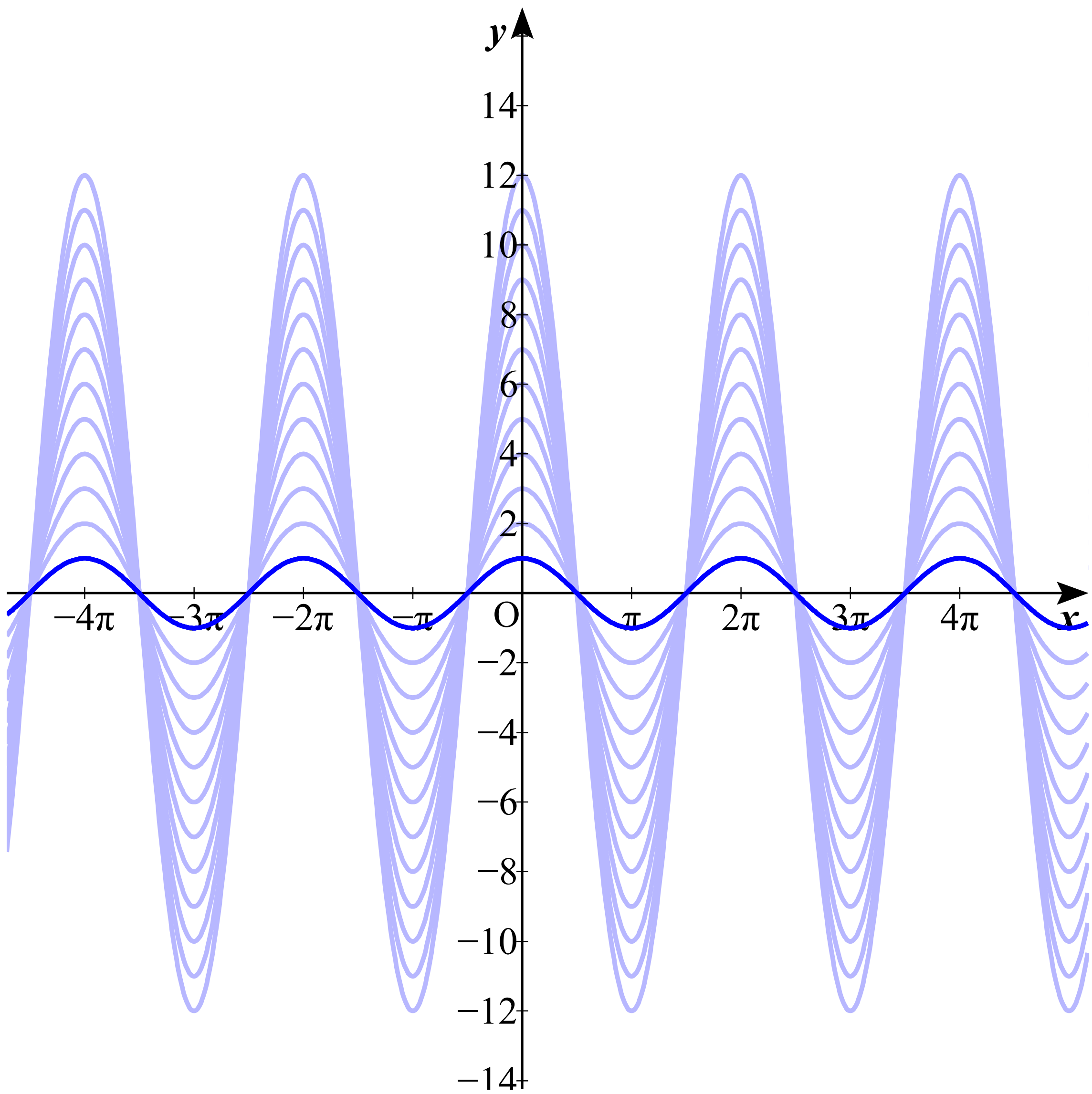
$y = a\sin x$ のグラフは $y=\sin x$ のグラフを y 軸方向に a 倍したものになります。



$y = a\cos x$ のグラフ 1

a の値を $1,\ 2, 3,\ \cdots, 12$ と変化させました。太線は $y = \cos x$ です。

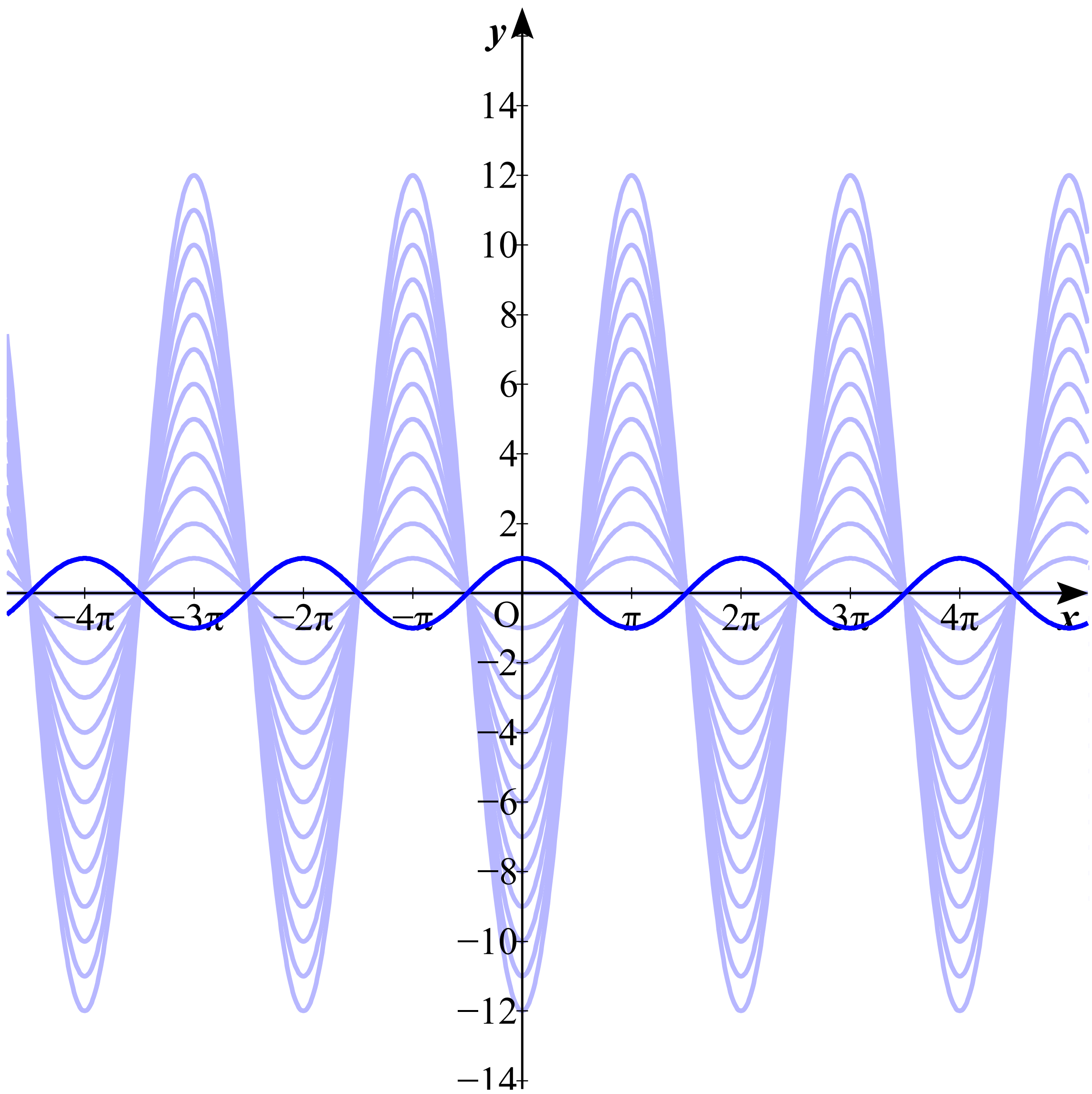
$y = a\cos x$ のグラフは $y = \cos x$ のグラフを y 軸方向に a 倍したものになります。



$y = a\cos x$ のグラフ 2

a の値を $1,\ 0,\ -1,\ \cdots,-12$ と変化させました。太線は $y=\cos x$ です。

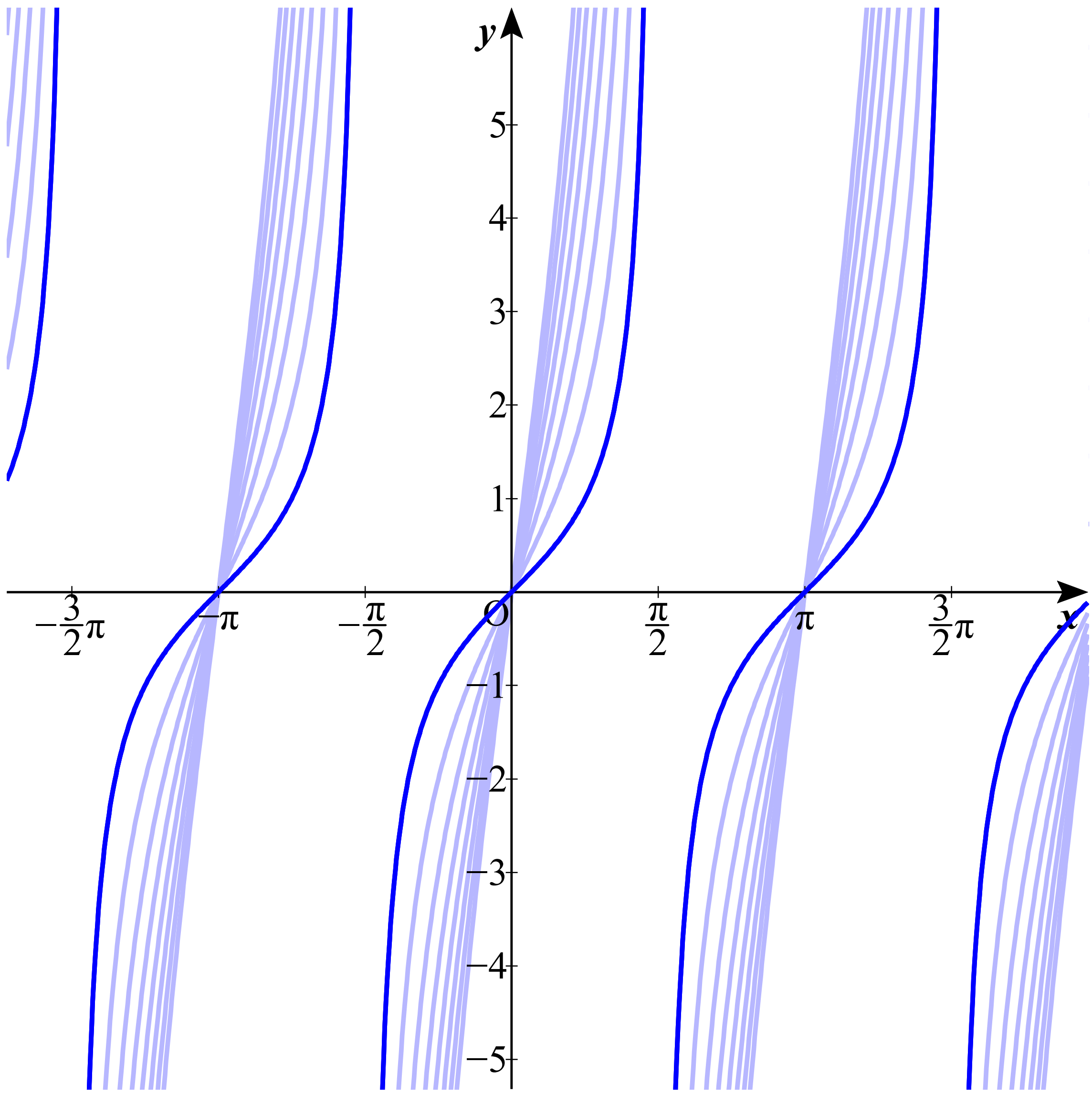
$y=a\cos x$ のグラフは $y=\cos x$ のグラフを y 軸方向に a 倍したものになります。



$y = a\tan x$ のグラフ 1

a の値を $1, 2, 3, \cdots, 8$ と変化させました。太線は $y = \tan x$ です。

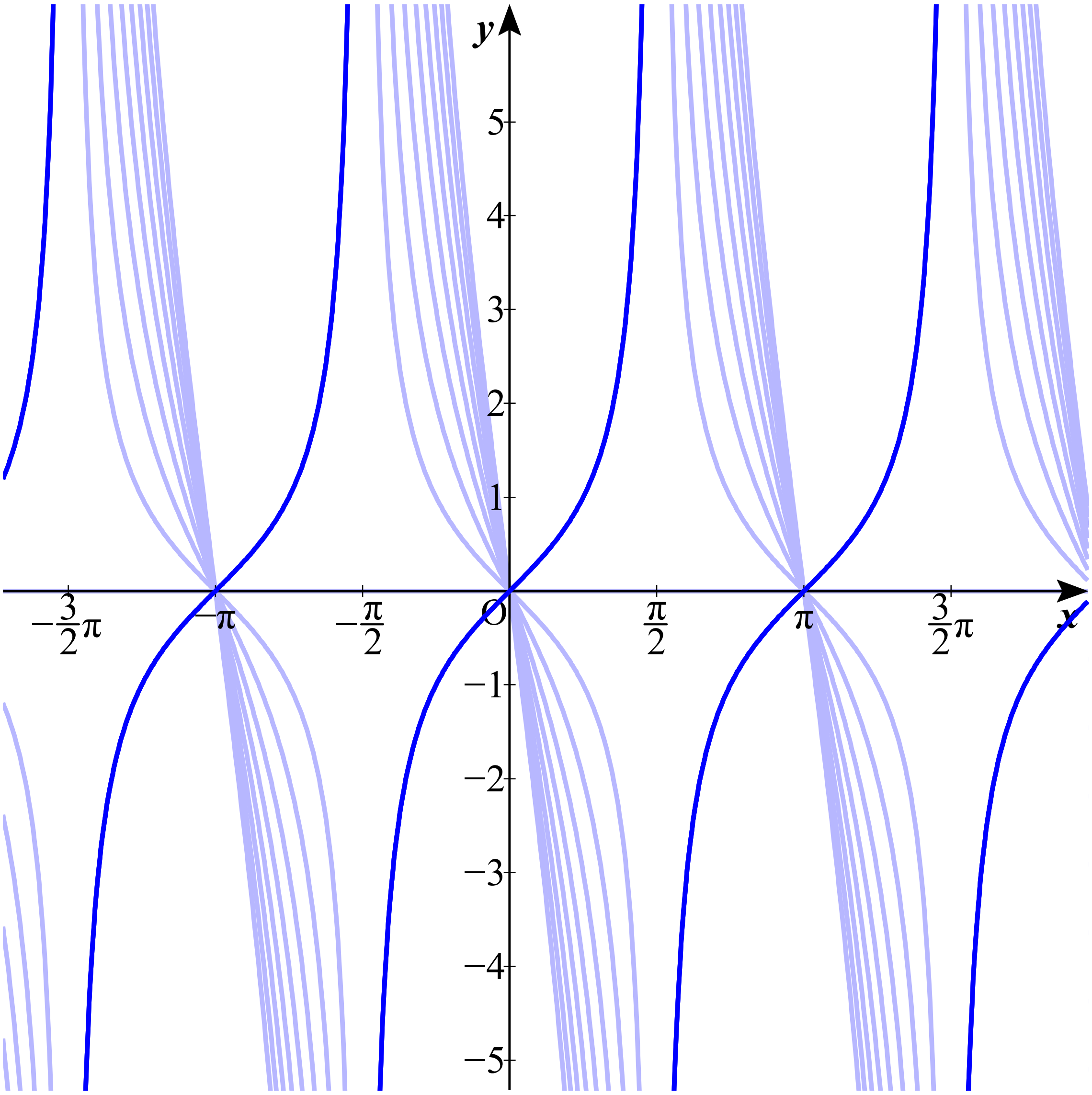
$y = a\tan x$ のグラフは $y = \tan x$ のグラフを y 軸方向に a 倍したものになります。



$y = a\tan x$ のグラフ 2

a の値を $1,\ 0,\ -1,\ \cdots, -8$ と変化させました。太線は $y=\tan x$ です。

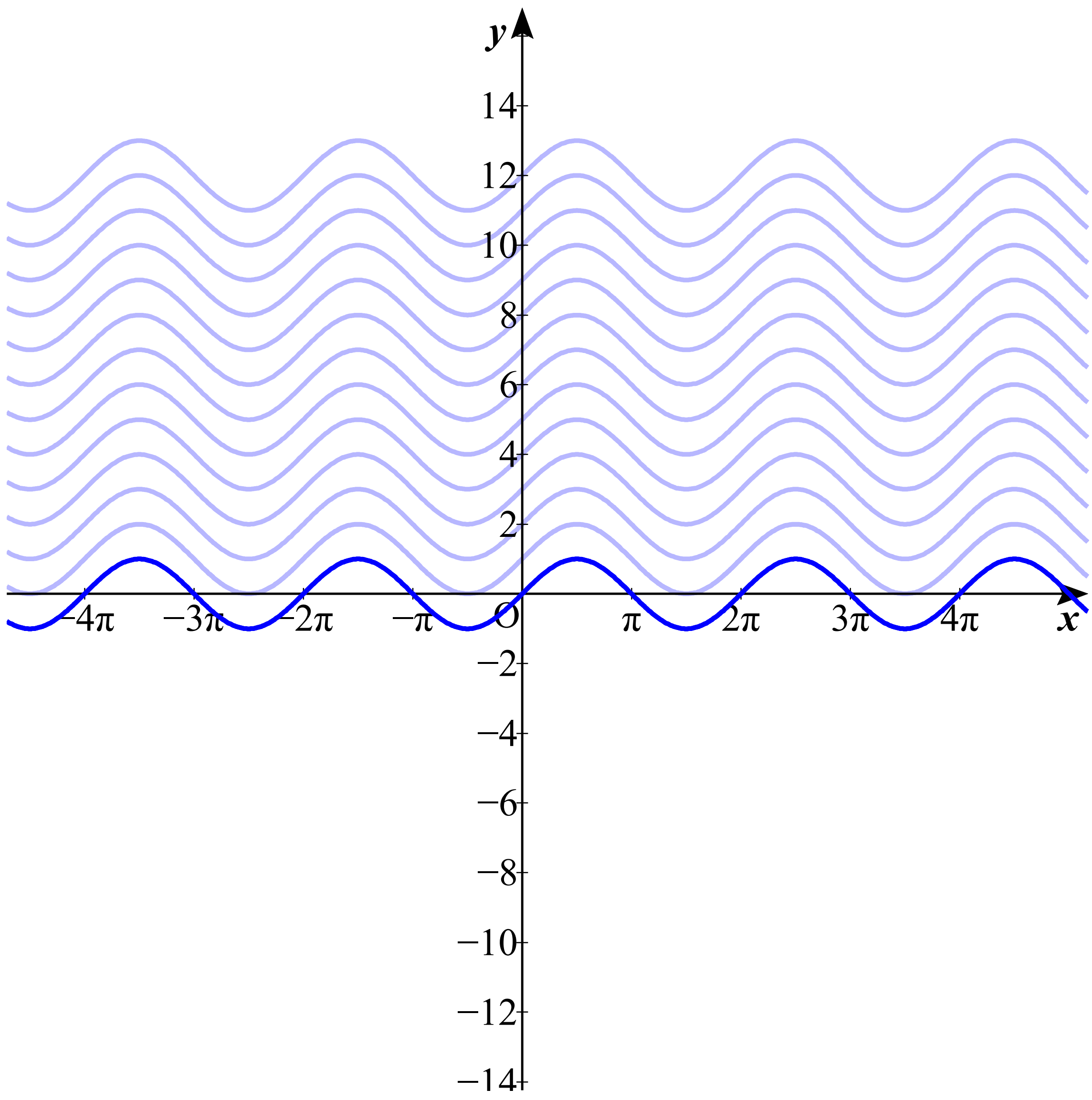
$y=a\tan x$ のグラフは $y=\tan x$ のグラフを y 軸方向に a 倍したものになります。



$y = \sin x + b$ のグラフ 1

b の値を 0, 1, 2, …, 12 と変化させました。太線は $y = \sin x$ です。

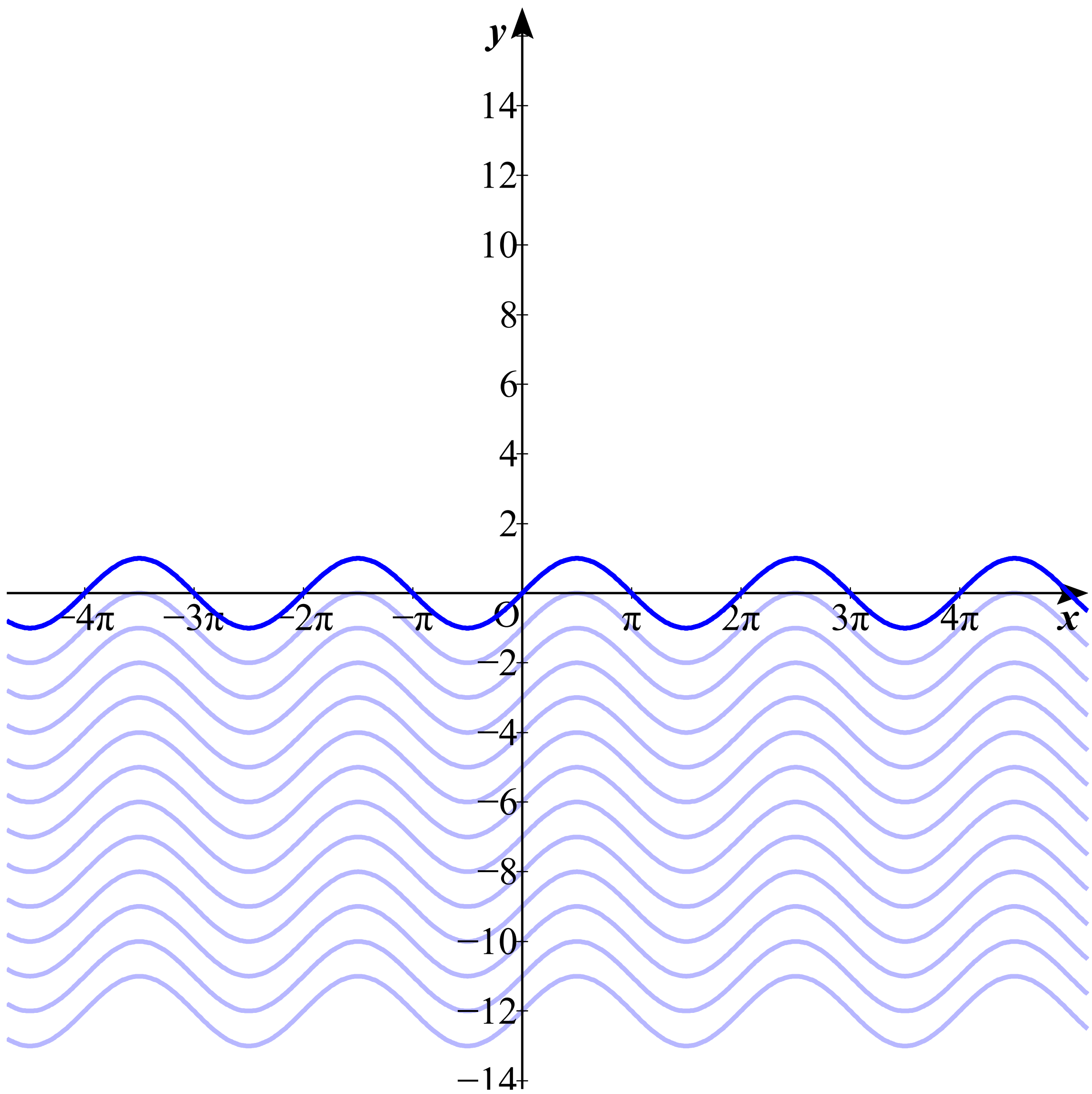
$y = a\sin x + b$ のグラフは $y = a\sin x$ のグラフを y 軸方向に b 平行移動したものになります。



$y = \sin x + b$ のグラフ 2

b の値を 0, −1, −2, …, 12 と変化させました。太線は $y = \sin x$ です。

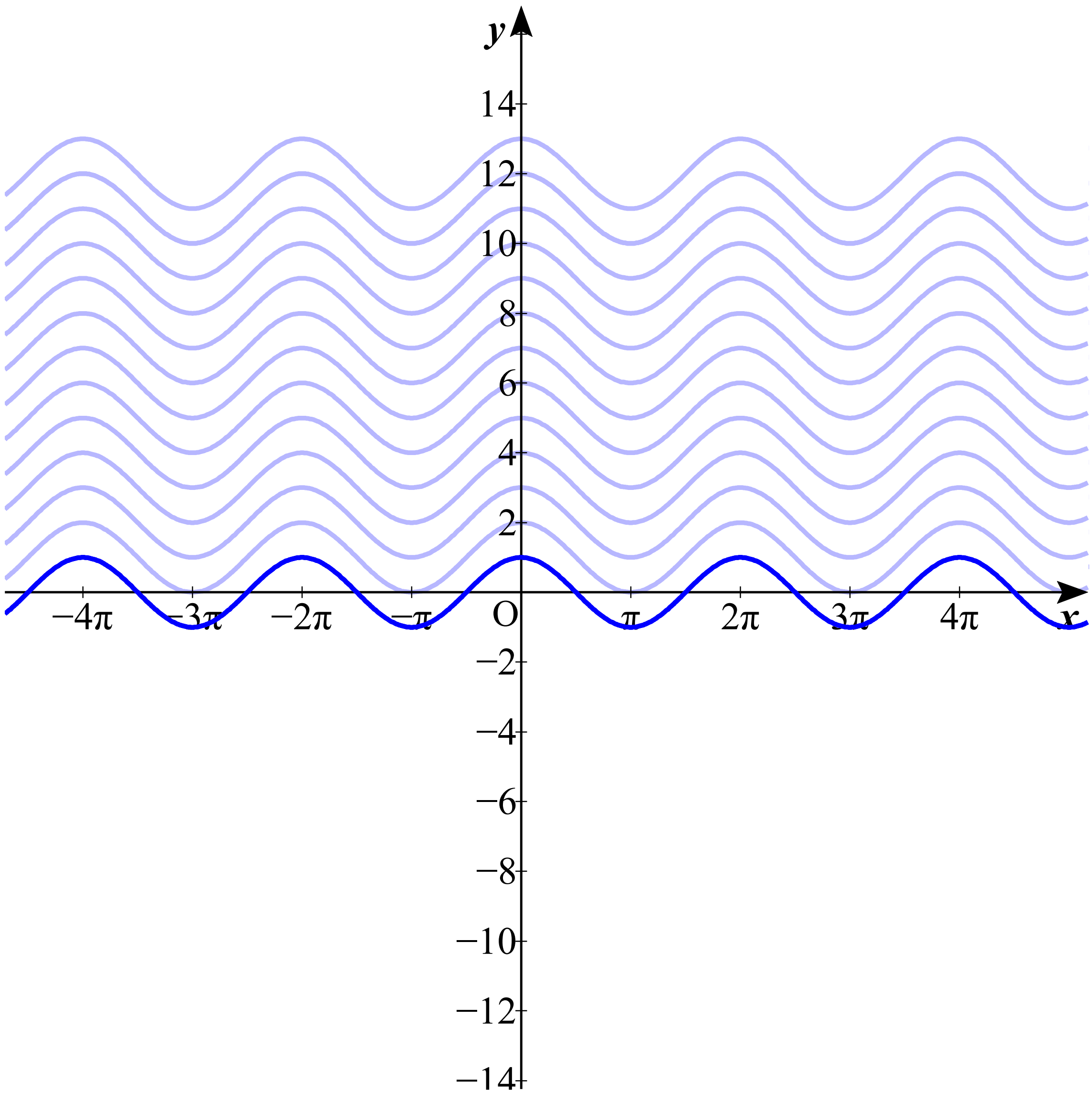
$y = a\sin x + b$ のグラフは $y = a\sin x$ のグラフを y 軸方向に b 平行移動したものになります。



$y = \cos x + b$ のグラフ 1

b の値を 0, 1, 2, …, 12 と変化させました。太線は $y = \cos x$ です。

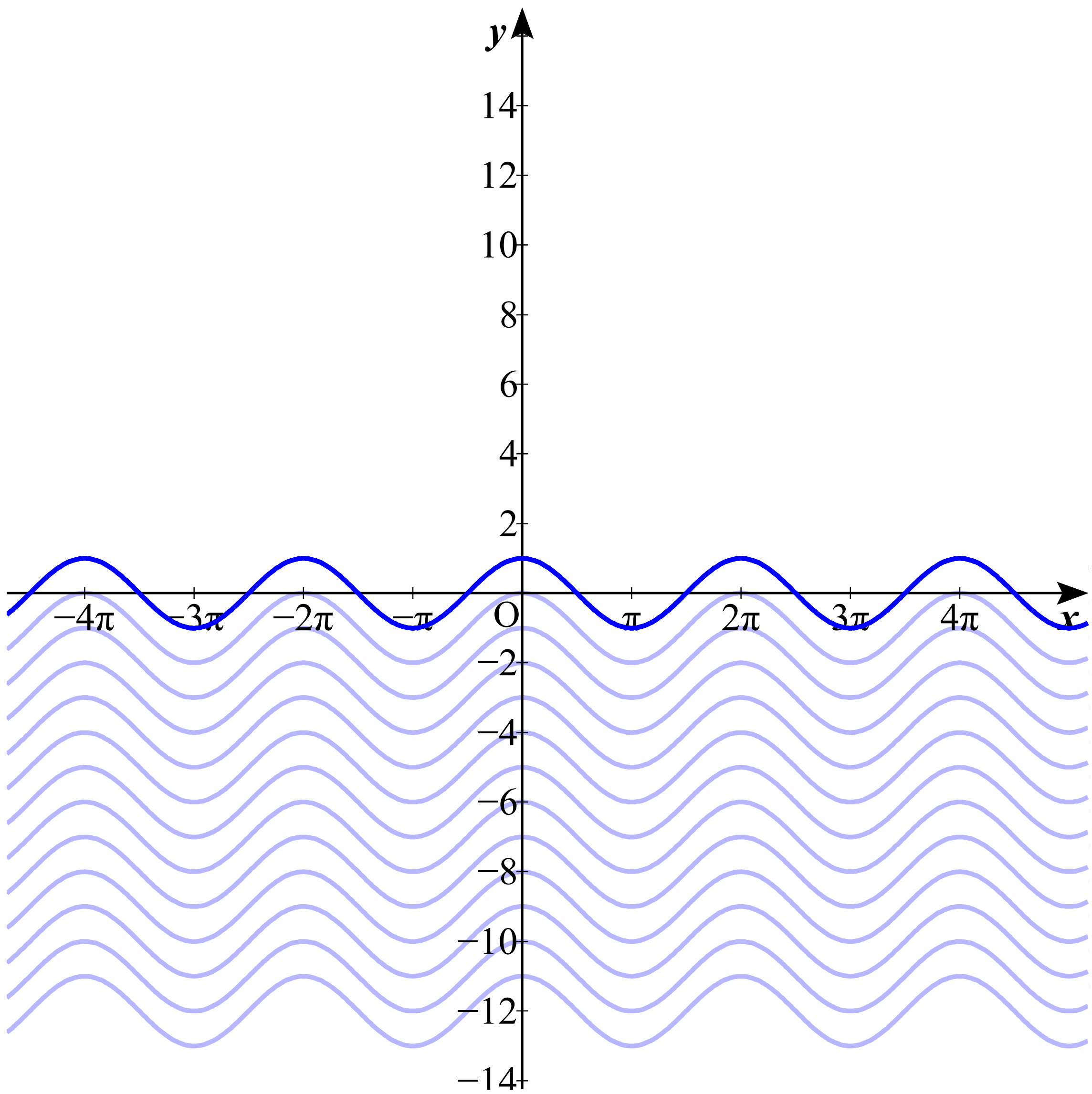
$y = a\cos x + b$ のグラフは $y = a\cos x$ のグラフを y 軸方向に b 平行移動したものになります。



$y = \cos x + b$ のグラフ 2

b の値を $0, -1, -2, \cdots, 12$ と変化させました。太線は $y = \cos x$ です。

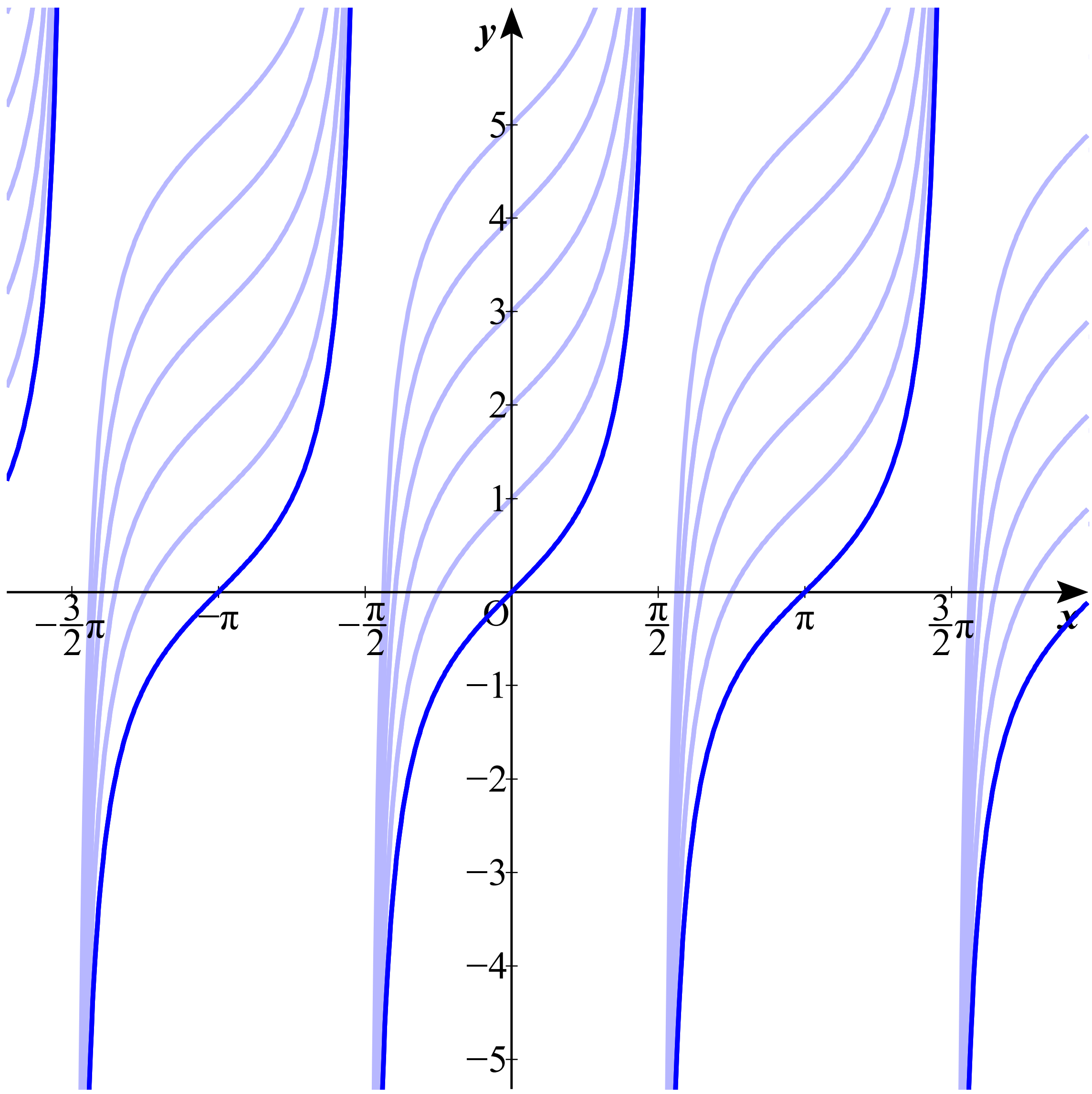
$y = a\cos x + b$ のグラフは $y = a\cos x$ のグラフを y 軸方向に b 平行移動したものになります。



y =tan$x$ + b のグラフ 1

b の値を 0, 1, 2, ⋯, 5 と変化させました。太線は $y=\tan x$ です。

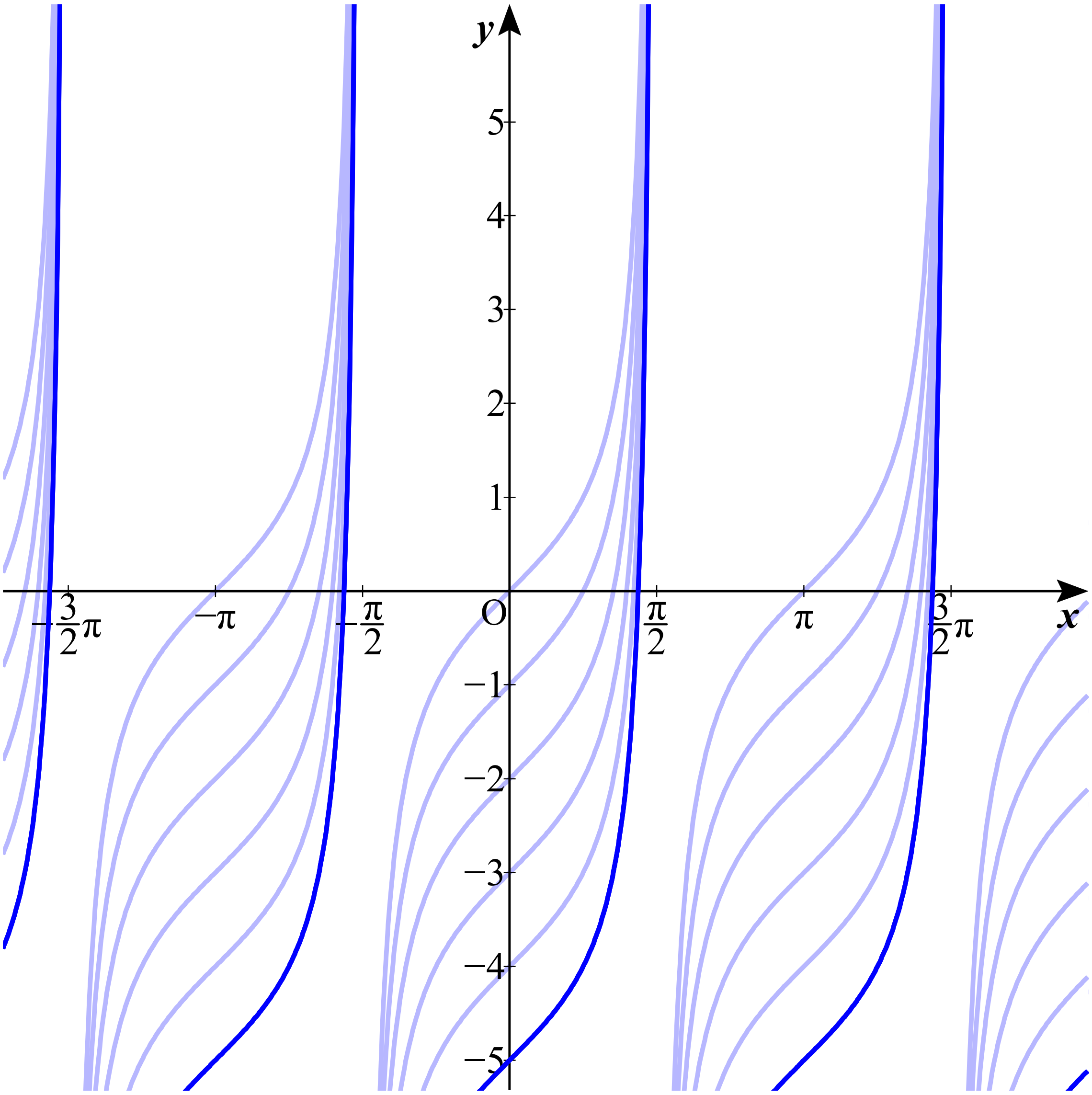
$y=a\tan x+b$ のグラフは $y=a\tan x$ のグラフを y 軸方向に b 平行移動したものになります。



$y = \tan x + b$ のグラフ 2

b の値を $0, -1, -2, \cdots, -5$ と変化させました。太線は $y = \tan x$ です。

$y = a\tan x + b$ のグラフは $y = a\tan x$ のグラフを y 軸方向に b 平行移動したものになります。

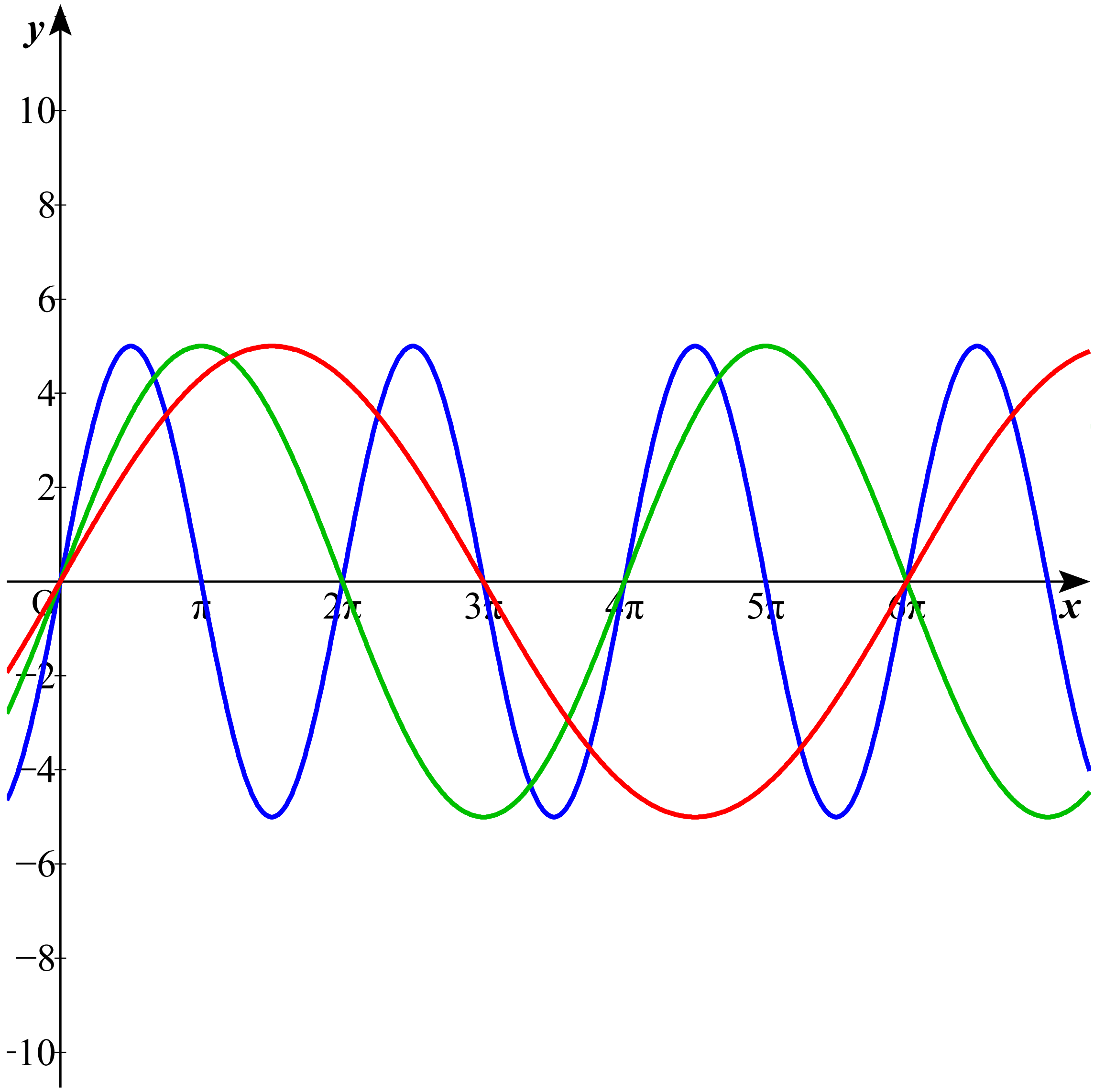


$y = 5\sin kx$ のグラフ

青色：$y = 5\sin x$　緑色：$y = 5\sin\frac{x}{2}$　赤色 $y = 5\sin\frac{x}{3}$

$y = a\sin kx$ の周期は $y = a\sin x$ の周期の $\frac{1}{k}$ 倍，すなわち $\frac{2\pi}{k}$ です。

よって，$y = a\sin kx$ のグラフは $y = a\sin x$ のグラフを x 軸方向に $\frac{1}{k}$ 倍したものになります。

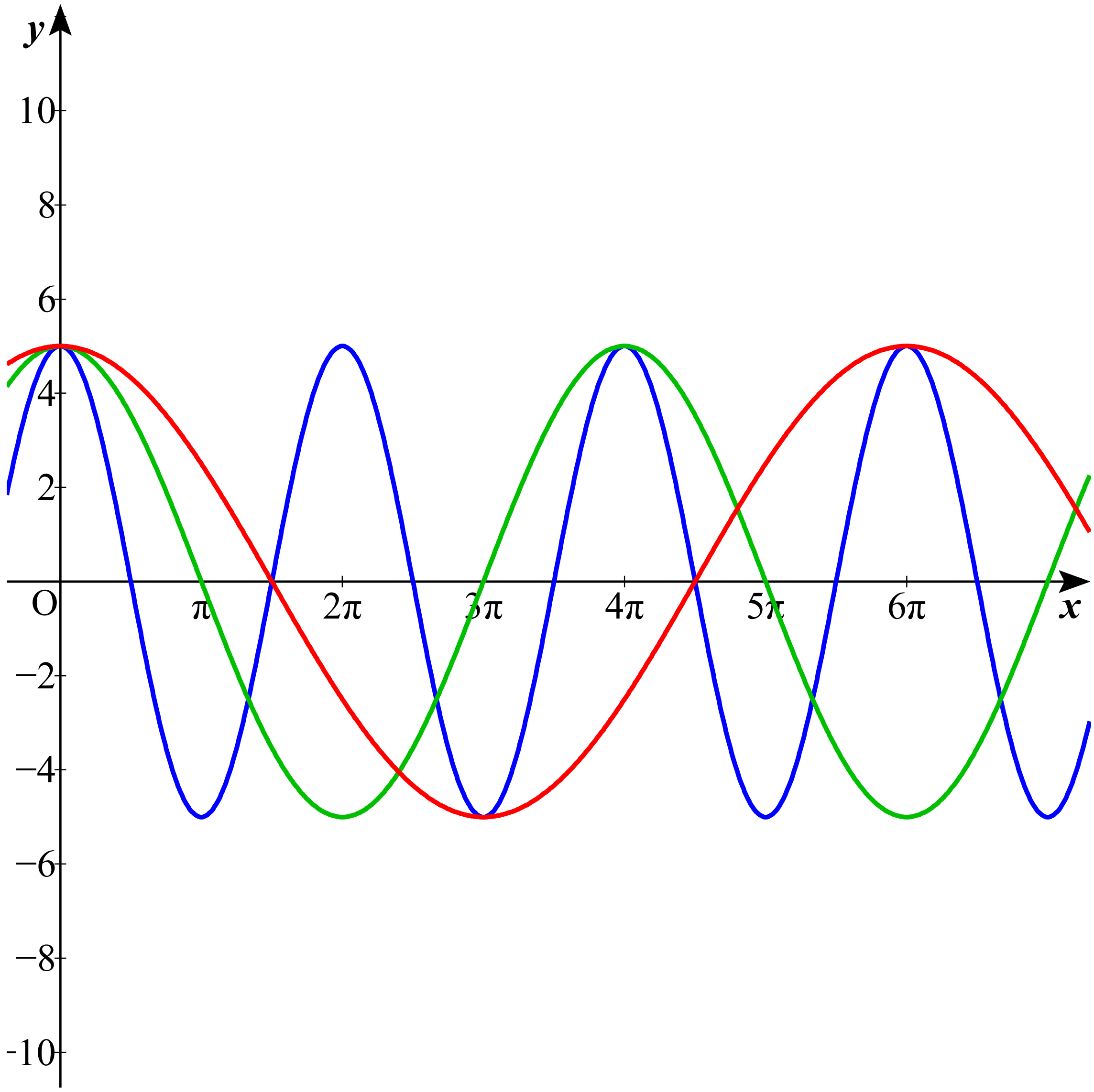


$y = 5\cos kx$（k は正の実数）のグラフ

青色：$y = 5\cos x$　緑色：$y = 5\cos\frac{x}{2}$　赤色 $y = 5\cos\frac{x}{3}$

$y = a\cos kx$ の周期は $y = a\cos x$ の周期の $\frac{1}{k}$ 倍，すなわち $\frac{2\pi}{k}$ です。

よって，$y = a\cos kx$ のグラフは $y = a\cos x$ のグラフを x 軸方向に $\frac{1}{k}$ 倍したものになります。

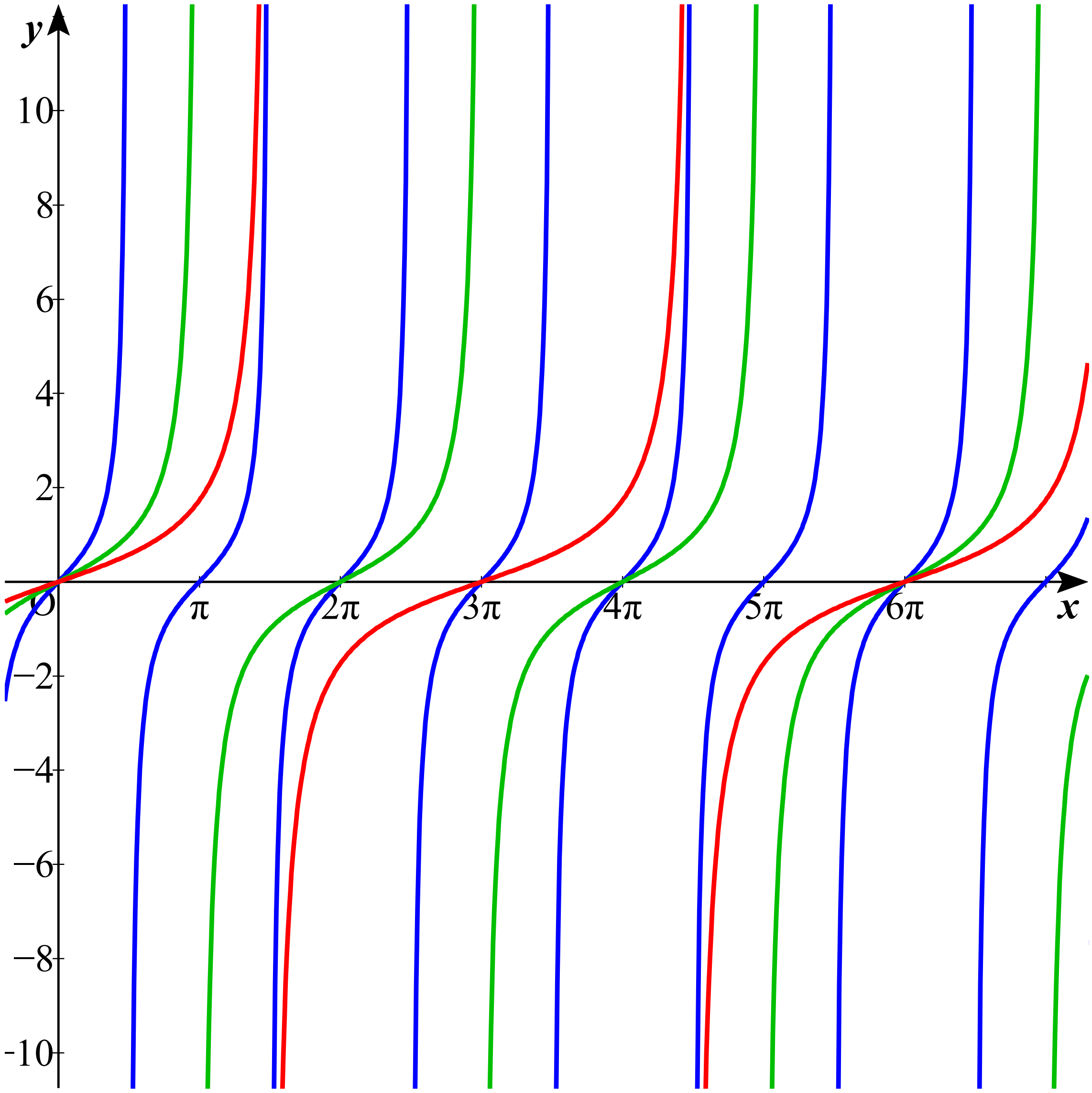


$y=\tan kx$（k は正の実数）のグラフ

青色： $y=\tan x$　緑色： $y=\tan\dfrac{x}{2}$　赤色 $y=\tan\dfrac{x}{3}$

$y=a\tan kx$ の周期は $y=a\tan x$ の周期の $\dfrac{1}{k}$ 倍，すなわち $\dfrac{\pi}{k}$ です。

よって，$y=a\tan kx$ のグラフは $y=a\tan x$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{1}{k}$ 倍したものになります。



269

(1)

$y=\sin\theta\ (0\leq\theta<2\pi)$ は $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき最大値 1，$\theta=\dfrac{3}{2}\pi$ のとき最小値 -1 をとるから，

$y=\sin\theta-2\ (0\leq\theta<2\pi)$ は $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき最大値 -1，$\theta=\dfrac{3}{2}\pi$ のとき最小値 -3 をとる。

(2)

$y=3\cos\theta\ (0\leq\theta<2\pi)$ は $\theta=0$ のとき最大値 3，$\theta=\pi$ のとき最小値 -3 をとるから，
$y=3\cos\theta+1\ (0\leq\theta<2\pi)$ は $\theta=0$ のとき最大値 4，$\theta=\pi$ のとき最小値 -2 をとる。

(3)

$y=2\sin\theta\left(0\leq\theta\leq\dfrac{4}{3}\pi\right)$ は $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき最大値 2，$\theta=\dfrac{4}{3}\pi$ のとき最小値 $-\sqrt{3}$ をとるから，

$y=2\sin\theta-1\left(0\leq\theta<\dfrac{4}{3}\pi\right)$ は $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のとき最大値 1，$\theta=\dfrac{3}{2}\pi$ のとき最小値 $-\sqrt{3}-1$ をとる。

(4)

$y=\tan\theta\left(-\dfrac{\pi}{3}\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{4}\right)$ は $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ のとき最大値 1，$\theta=-\dfrac{\pi}{3}$ のとき最小値 $-\sqrt{3}$ をとるから，

$y=-\tan\theta\left(-\dfrac{\pi}{3}\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{4}\right)$ は $\theta=-\dfrac{\pi}{3}$ のとき最大値 $\sqrt{3}$，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$ のとき最小値 -1 をとる。

よって，

$y=-\tan\theta+1\left(-\dfrac{\pi}{3}\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{4}\right)$ は $\theta=-\dfrac{\pi}{3}$ のとき最大値 $1+\sqrt{3}$，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$ のとき最小値 0 をとる。

270

$y=2\sin(a\theta-b)=2\sin\left\{a\left(\theta-\dfrac{b}{a}\right)\right\}$ より，

$y=2\sin(a\theta-b)$ のグラフは $y=2\sin a\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{b}{a}$ 平行移動したものである。

グラフより，周期は $\dfrac{2}{3}\pi$ だから，$\dfrac{2\pi}{a}=\dfrac{2}{3}\pi\quad\therefore a=3$

$y=2\sin a\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{6}$ 平行移動しているから，$\dfrac{b}{a}=\dfrac{\pi}{6}$

これと $a=3$ から，$b=\dfrac{\pi}{2}$

また，$A=2,\ B=-2,\ C=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{5}{6}\pi$

補足

関数 $y=f(ax)$ を x 軸方向に p，y 軸方向に q 平行移動した関数の求め方

$y=f(ax)$ 上の任意の点 (x,y) を

x 軸方向に p，y 軸方向に q 平行移動した点を (X,Y) とすると，

$x+p=X,\ y+q=Y$ より，$x=X-p,\ y=Y-q$ ・・・①

この x と y の間には $y=f(ax)$ の関係が成り立つから，

①を $y=f(ax)$ に代入すると，$Y-q=f(a(X-p))$

よって，$Y=f(a(X-p))+q$

(X,Y) は xy 座標上の点だから，X を x に，Y を y で表すことにより，

$y=f(a(x-p))+q$ となる。

ゆえに，

関数 $y=f(ax)$ を x 軸方向に p，y 軸方向に q 平行移動してできる関数は

$y=f(a(x-p))+q$

である。

逆に，

関数 $y=f(ax-b)+c$ は，

$y=f(ax-b)+c$ を $y=f\left(a\left(x-\dfrac{b}{a}\right)\right)+c$ と変形することにより，

関数 $y=f(ax)$ を x 軸方向に $\dfrac{b}{a}$，y 軸方向に c 平行移動した関数であることがわかる。