微分法と積分法 7　不定積分

464

$f(x)=px^2+qx+r$ とすると，$F(x)=\dfrac{p}{3}x^3+\dfrac{q}{2}x^2+rx+C$ （C は積分定数）

$F(x)=xf(x)-2x^3+3x^2$ より，$\dfrac{p}{3}x^3+\dfrac{q}{2}x^2+rx+C=(p-2)x^3+(q+3)x^2+rx$

これは x についての恒等式だから，係数比較により p, q, C の値を求めると，

$\dfrac{p}{3}=p-2$ より $p=3$，$\dfrac{q}{2}=q+3$ より $q=-6$，$C=0$

また，$f(1)=0$ より，$p+q+r=0$

よって，$r=-p-q=3$

ゆえに，$f(x)=3x^2-6x+3$

465

曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=-3x+1$ の接点の座標を $(t,\ -3t+1)$ とすると，

$f'(t)=-3$ より，$t^2+2t-2=-3$　$\therefore (t+1)^2=0$　ゆえに，$t=-1$

したがって，接点の座標は $(-1,\ 4)$

一方，$f(x)=\int f'(x)dx=\int (x^2+2x-2)dx=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-2x+C$ （C は積分定数）

これと $y=f(x)$ が $(-1,\ 4)$ を通ることから，$f(-1)=4$ より，$-\dfrac{1}{3}+1+2+C=4$　$\therefore C=\dfrac{4}{3}$

ゆえに，$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-2x+\dfrac{4}{3}$