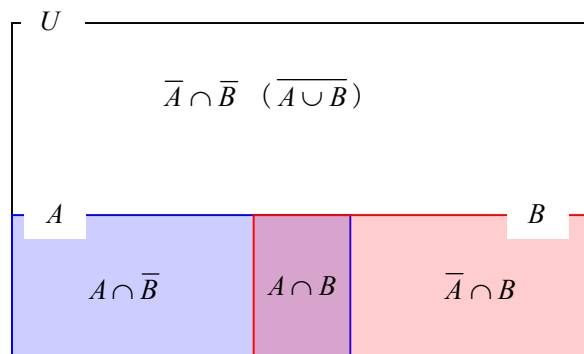


## 場合の数と確率 1 集合の要素の個数

4



(1)

$$\begin{aligned}
 n(\bar{A} \cap \bar{B}) &= n(\overline{A \cup B}) \\
 &= n(U) - n(A \cup B) \\
 &= 50 - 42 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 n(A \cap \bar{B}) &= n(A \cup B) - (n(A \cap B) + n(\bar{A} \cap B)) \\
 &= 42 - (3 + 15) \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 n(A) &= n(A \cap B) + n(A \cap \bar{B}) \\
 &= 3 + 24 \\
 &= 27
 \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}
 n(B) &= n(A \cap B) + n(\bar{A} \cap B) \\
 &= 3 + 15 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

5

500 以上 1000 以下の整数の集合を全体集合  $U$ ,  $U$  の部分集合で 11 の倍数の集合を  $A$ ,  $U$  の部分集合で 3 の倍数の集合を  $B$  とする。

(1)

$$n(U) = 1000 - 500 + 1 = 501$$

$$11 \times 45 = 495 < 500 < 11 \times 46 = 506, \quad 11 \times 90 = 990 < 1000 < 11 \times 91 = 1001 \text{ より,}$$

$$n(A) = 90 - 46 + 1 = 45$$

11 の倍数でない整数の集合は  $\bar{A}$  だから,

$$\begin{aligned} n(\bar{A}) &= n(U) - n(A) \\ &= 501 - 45 \\ &= 456 \end{aligned}$$

(2)

$$n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B)$$

$A \cap B$  は 33 の倍数の集合であり,

$$33 \times 15 = 495 < 500 < 33 \times 16 = 528, \quad 33 \times 30 = 990 < 1000 < 33 \times 31 = 1023 \text{ より,}$$

$$n(A \cap B) = 30 - 16 + 1 = 15$$

$$\text{よって, } n(A \cap \bar{B}) = 45 - 15 = 30$$

6

60 人の生徒の集合を  $U$ ,  $U$  の部分集合で数学合格者の集合を  $A$ ,  $U$  の部分集合で英語合格者の集合を  $B$  とする。

(1)

$$n(\bar{A} \cap \bar{B}) = 8, \quad n(\bar{A} \cap \bar{B}) = n(\overline{A \cup B}), \quad n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n(\overline{A \cup B}) \\ &= n(U) - n(\bar{A} \cap \bar{B}) \\ &= 60 - 8 \\ &= 52 \end{aligned}$$

2 科目とも合格した者の集合は  $A \cap B$  であり,  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  より, その数は

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 50 + 30 - 52 \\ &= 28 \end{aligned}$$

(2)

$$\text{数学だけ合格した者の集合は } A \cap \bar{B} \text{ だから, } n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B) = 50 - 28 = 22$$

(3)

$$\text{英語だけ合格した者の集合は } \bar{A} \cap B \text{ だから, } n(\bar{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 28 = 2$$

7

世帯全体の集合を  $U$ ，新聞 A を購読している世帯の集合を  $A$ ，新聞 B を購読している世帯の集合を  $B$ ，また， $n(U)=x$  とすると，

$$n(A)=\frac{50}{100}x, n(B)=\frac{60}{100}x, n(A \cap B)=\frac{30}{100}x$$

A だけ購読している世帯の集合は  $A \cap \bar{B}$  だから，

$$\begin{aligned} n(A \cap \bar{B}) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= \frac{50}{100}x - \frac{30}{100}x \\ &= \frac{20}{100}x \end{aligned}$$

よって，A だけ購読している世帯は全体の 20%

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} n(\bar{A} \cap \bar{B}) &= 8, \quad n(\bar{A} \cap \bar{B}) = n(\overline{A \cup B}), \quad n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) \text{ より,} \\ n(A \cup B) &= n(U) - n(\bar{A} \cap \bar{B}) \\ &= n(U) - 8 \\ &= x - 8 \end{aligned}$$

また，

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= \frac{50}{100}x + \frac{60}{100}x - \frac{30}{100}x \\ &= \frac{80}{100}x \\ &= \frac{4}{5}x \end{aligned}$$

$$\text{よって, } x - 8 = \frac{4}{5}x \text{ より, } x = 40$$

ゆえに，全世帯数は 40

## 8

海外旅行者全体の集合を  $U$  ,  $U$  の部分集合でカゼ薬を携帯していた者の集合を  $A$  ,

$U$  の部分集合で胃薬を携帯していた者の集合を  $B$  とすると,

$$n(U)=100, n(A)=75, n(B)=80$$

## (1)

両方とも携帯していた者の集合は  $A \cap B$  だから,  $n(A \cap B)$  の最大値と最小値を求めればよい。

$n(A \cap B)$  の最大値

$n(A) < n(B)$  だから, 最大値をとるのは  $A \subset B$  のときである。

よって, その値は 75

$n(A \cap B)$  の最小値

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  より,

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 75 + 80 - n(A \cup B) \end{aligned}$$

よって,  $n(A \cap B)$  が最小となるのは  $n(A \cup B)$  が最大となるときであり,

これと  $n(A \cup B) \leq n(U) = 100$  より,  $n(A \cup B)$  の最大値は 100

ゆえに, 最小値は 55

## (2)

両方とも携帯していない者の集合は  $\overline{A \cap B}$  すなわち  $\overline{A \cap B}$  だから,

$$\begin{aligned} n(\overline{A \cap B}) &= n(U) - n(A \cap B) \\ &= 100 - n(A \cap B) \end{aligned}$$

ここで,

$n(A \cup B) \leq n(U) = 100$  より,  $n(A \cup B)$  の最大値は 100

また,  $n(A \cup B)$  が最小となるのは

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 75 + 80 - n(A \cap B)$  より,

$n(A \cap B)$  が最大となるときであり,  $n(A \cap B)$  の最大値は 75 だから,

$n(A \cup B)$  の最小値は  $75 + 80 - 75 = 80$

よって,  $n(\overline{A \cap B})$ , すなわち  $n(\overline{A \cap B})$  の最小値は 0, 最大値は 20

9

1 から 100 までの整数の集合のうち,

2 の倍数の集合を  $A$ , 5 の倍数の集合を  $B$ , 9 の倍数の集合を  $C$  とすると,

$A \cap B$  は 10 の倍数の集合,  $B \cap C$  は 45 の倍数の集合,  $C \cap A$  は 18 の倍数の集合,

$A \cap B \cap C$  は 90 の倍数の集合だから,

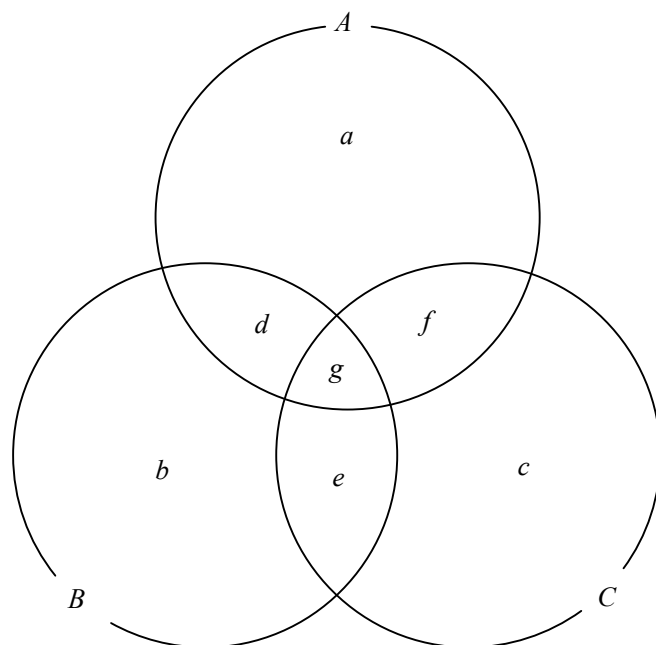
$$n(A)=50, n(B)=20, n(C)=11, n(A \cap B)=10, n(B \cap C)=2, n(C \cap A)=5, n(A \cap B \cap C)=1$$

また, 2, 5, 9 の少なくとも 1 つで割り切れる数の集合は  $A \cup B \cup C$  だから,

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{よって, } n(A \cup B \cup C) = 50 + 20 + 11 - 10 - 2 - 5 + 1 = 65$$

補足



$$n(A) + n(B) + n(C) = a + d + f + g + (b + d + e + g) + (c + e + f + g)$$

$$= a + b + c + 2d + 2e + 2f + 3g$$

$$= a + b + c + d + e + f + g + (d + g) + (e + g) + (f + g) - g$$

$$= n(A \cup B \cup C) + n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C)$$

$$\text{よって, } n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

10

(1)

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) \text{ より, } n(A) + n(B) = n(A \cap B) + n(A \cup B)$$

$$\text{よって, } n(A) + n(B) = 85 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{同様にして, } n(B) + n(C) = 80 \quad \cdots \textcircled{2}, \quad n(C) + n(A) = 75 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ の連立方程式を解くと, } n(A) = 40, n(B) = 45, n(C) = 35$$

(2)

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \text{ より,}$$

$$68 = 40 + 45 + 35 - 25 - 21 - 19 + n(A \cap B \cap C) \quad \therefore n(A \cap B \cap C) = 13$$