

場合の数と確率 10 条件付き確率

122

53 枚のトランプの並べる場合の数は 53!

53 枚のトランプを 10 枚目がジョーカーとなるように並べる場合の数は 52!

よって、求める確率は $\frac{52!}{53!} = \frac{1}{53}$

123

2 本の中に当たりくじがある事象を A , 1 本目のくじが当たりくじである事象を B とすると,

$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(\bar{A}) \\ &= 1 - \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \\ &= \frac{8}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{9} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

2 本の中に当たりくじがあるという条件の下で, 1 本目のくじが当たりくじである確率はつまり, 2 本の中に当たりくじがあることを前提として, 1 本目のくじが当たりくじである確率は $P_A(B)$ だから,

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{8}{15}} = \frac{9}{16}$$

124

赤玉の数を x ($2 \leq x \leq 9$) とすると, $\frac{x}{10} \cdot \frac{x-1}{9} = \frac{7}{15}$ より, $(x+6)(x-7)=0 \quad \therefore x=7$

ゆえに, 赤玉の数は 7

125

(1)

箱 A から赤玉を取り出し, それを箱 B に入れた後, 箱 B から赤玉を取り出す確率は $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$

箱 A から白玉を取り出し, それを箱 B に入れた後, 箱 B から赤玉を取り出す確率は $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$

よって, $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{13}{25}$

(2)

箱 A から赤玉を 2 個取り出し箱 B に入れた後、箱 B から赤玉を 2 個取り出す確率

$$\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} \cdot \frac{{}_4C_2}{{}_6C_2} = \frac{3 \cdot 6}{10 \cdot 15} = \frac{18}{150}$$

箱 A から赤玉を 1 個と白玉を 1 個取り出し箱 B に入れた後、箱 B から赤玉を 2 個取り出す確率

$$\frac{{}_3C_1 \cdot {}_2C_1}{{}_5C_2} \cdot \frac{{}_3C_2}{{}_6C_2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 3}{10 \cdot 15} = \frac{18}{150}$$

箱 A から白玉を 2 個取り出し箱 B に入れた後、箱 B から赤玉を 2 個取り出す確率

$$\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} \cdot \frac{{}_2C_2}{{}_6C_2} = \frac{1 \cdot 1}{10 \cdot 15} = \frac{1}{150}$$

よって、 $\frac{18}{150} + \frac{18}{150} + \frac{1}{150} = \frac{37}{150}$

126

2 枚のうちの少なくとも 1 枚がハートである事象を A ,2 枚ともハートである事象を B とすると,求める確率は $P_A(B)$ だから,

$$\begin{aligned} P_A(B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= \frac{\frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51}}{1 - P(\overline{A})} \\ &= \frac{\frac{3}{51}}{1 - \frac{39}{52} \cdot \frac{38}{51}} \\ &= \frac{2}{15} \end{aligned}$$

127

白玉を取り出す事象を W , A の袋を選ぶ事象を A , B の袋を選ぶ事象を B , C の袋を選ぶ事象を C とする。求める確率は $P_W(C)$ だから, $P_W(C) = \frac{P(C \cap W)}{P(W)}$

$$\text{これと, } P(C \cap W) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W) + P(C \cap W) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \text{ より, } P_W(C) = \frac{3}{10}$$

128

不良品である事象を D , A 社から仕入れる事象を A , B 社から仕入れる事象を B , C 社から仕入れる事象を C とする。

$$\text{求める確率は } P_D(A) \text{ だから, } P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$

$$\text{これと, } P(A \cap D) = \frac{4}{4+3+2} \cdot \frac{3}{100} = \frac{12}{900}$$

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{100} + \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{100} + \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{100} = \frac{34}{900} \text{ より,}$$

$$P_D(A) = \frac{6}{17}$$

不良品 : defective product

129

帽子を忘れる事象を L , A で帽子を忘れる事象を A , B で帽子を忘れる事象を B , C で帽子を忘れる事象を C とする。

$$\text{帽子を忘れて, それが 2 番目の家 B である確率は } P_L(B) \text{ だから, } P_L(B) = \frac{P(L \cap B)}{P(L)}$$

帽子を忘れる確率 $P(L)$

帽子を忘れたのに K 君または家の人気づき, 年始回り中に取り戻す場合もあるから, $P(L)$ は A, B, C の少なくとも 1 軒で帽子を忘れる確率である。

$$\text{したがって, 余事象の確率から, } P(L) = 1 - P(\bar{L}) = 1 - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{61}{125}$$

B で帽子を忘れる確率 $P(L \cap B)$

家に帰って帽子を忘れてきたことに気づき, それが B である確率だから, $P(L \cap B)$ は A で忘れず B で忘れた確率である。

$$\text{したがって, } P(L \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$$

$$\text{よって, } P_L(B) = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{61}{125}} = \frac{20}{61}$$