

場合の数と確率 8 独立な試行の確率

確率問題を解くコツ：すべてを区別する。

すべてを区別してもしなくても確率は変わらない。

たとえば、3つのサイコロがあり、それらを区別してもしなくても確率は変わらない。

これと「場合の数は区別した方が求めやすい」ことから、確率問題を解くコツは、原則として、すべてを区別することである。

99

A から取り出す玉の色が B から取り出す玉の色の確率に影響を及ぼすことはないし、その逆もそうであるから、この2つの試行は互いに独立な試行である。

(1)

求める確率 = A から白玉が出る確率 × B から黒玉が出る確率

$$\begin{aligned} &= \frac{5}{9} \times \frac{5}{8} \\ &= \frac{25}{72} \end{aligned}$$

(2)

求める確率 = 両方とも白玉が出る確率 + 両方とも黒玉が出る確率

$$\begin{aligned} &= \frac{5}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} \\ &= \frac{35}{72} \end{aligned}$$

(3)

求める確率 = A から白玉が出る確率 × B から黒玉が出る確率

+ A から黒玉が出る確率 × B から白玉が出る確率

$$\begin{aligned} &= \frac{5}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \\ &= \frac{37}{72} \end{aligned}$$

100

1 回のじゃんけん

1 人だけ勝つ確率 (=2 人負ける確率)

3 人の手数 = 3^3 (3 人それぞれがグー・チョキ・パーの 3 通りの出し方がある)

勝者の場合の数 = 3 (3 人のどの 1 人が勝つかで 3 通り)

勝者の手数 = 3 (グー・チョキ・パーのどれで勝つかで 1 通り)

敗者の手数 = 1 (勝者の手がグーなら敗者の手はパーというように,

勝者の出した手で敗者の手がただ 1 通りに決まってしまう)

$$\text{よって, } \frac{3 \cdot 3 \cdot 1}{3^3} = \frac{1}{3}$$

2 人勝つ確率 (=1 人だけ負ける確率)

2 人勝つことと 1 人だけ負けることは同じであり,

1 人だけ負ける確率は, 1 人だけ勝つ確率と同様にして, $\frac{1}{3}$

$$\text{よって, } 2 \text{ 人勝つ確率は } \frac{1}{3}$$

あいこの確率

1 回のじゃんけんの結果は 1 人だけ勝つ場合と 2 人勝つ場合とあいこの場合に排反に分類できるから, あいこは 1 人だけ勝つ事象または 2 人勝つ事象の余事象である。

$$\text{よって, その確率は } 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3}$$

各回の試行は, 互いに影響し合わないから, 独立な試行である。

$$\text{よって, 求める確率は } \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

101

少なくとも 1 人が合格する事象の余事象は 3 人とも不合格となる事象である。

$$\text{よって, 余事象の確率は } \left(1 - \frac{3}{4} \right) \times \left(1 - \frac{1}{2} \right) \times \left(1 - \frac{5}{8} \right) = \frac{3}{64}$$

$$\text{ゆえに, 少なくとも 1 人が合格する確率は } 1 - \frac{3}{64} = \frac{61}{64}$$

102

(1)

$$\left(\frac{3}{6}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

(2)

3つの事象 A, B, C を A : 最小値が 4 以上, B : 最小値が 5 以上, C : 最小値が 4とすると, $A = B \cup C$ であり, B と C は互いに排反である。よって, $P(A) = P(B) + P(C)$ より, $P(C) = P(A) - P(B)$ これと $P(B) = \left(\frac{2}{6}\right)^4$ より,

$$\begin{aligned} P(C) &= \left(\frac{3}{6}\right)^4 - \left(\frac{2}{6}\right)^4 \\ &= \frac{65}{1296} \end{aligned}$$