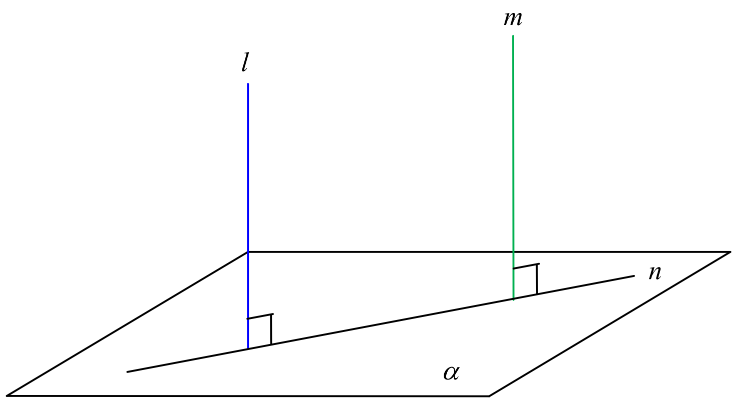
図形の性質 9　直線と平面

205

(1)

正しくない。$l \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば $l \mathbin{/\mkern-6mu/} m$ である。



2 直線 l, m と交わる平面 α 上の直線を n とすると，$l \perp n$, $m \perp n$ より，$l \mathbin{/\mkern-6mu/} m$

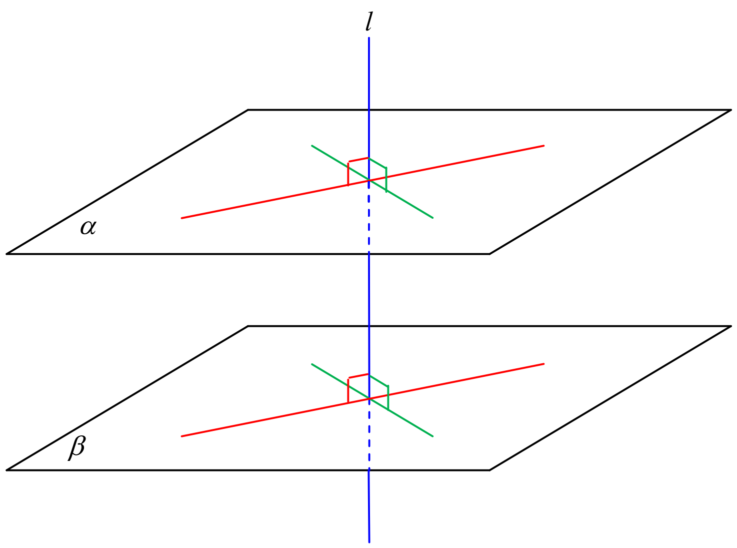
(2)

正しい。

直線 l と交わる平面 α 上の直線と直線 l と交わる平面 β の直線について，

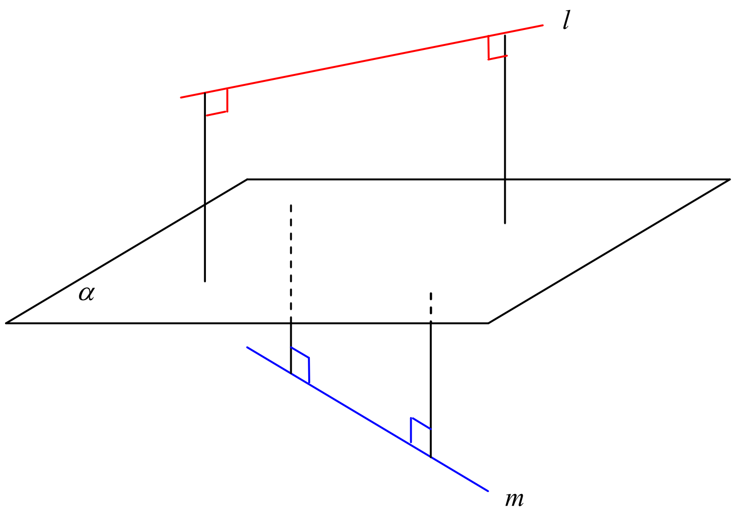
互いに平行な 2 直線が無数存在する。

これと 2 直線で 1 つの平面が定まることから，$\alpha \mathbin{/\mkern-6mu/} \beta$ である。



(3)

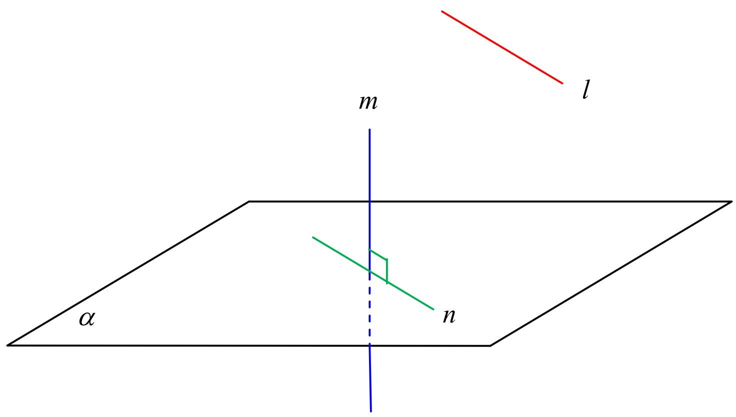
正しくない。l と m がねじれの位置にある場合もある。



黒色線は平面 α に垂直な直線

(4)

正しい。



$n \perp m,\ n \,/\!/\, l$

206

(1)

辺 ED

解説

面 AGHB と面 EKJD は平行だから,

一方の面上の任意の線分と他方の面上の任の線分は平行またはねじれの位置にある。

辺 AB と辺 ED は同一平面上にあるから，ねじれの位置ではない。

よって，辺 AB と辺 ED は平行である。

(2)

辺 FE

解説

平面 BHIC と平面 FLKE は平行だから,

一方の面上の任意の線分と他方の面上の任意の線分は平行またはねじれの位置にある。

辺 BC と辺 FE は同一平面上にあるから，ねじれの位置ではない。

よって，辺 BC と辺 FE は平行である。

(3)

辺 AF

解説

平面 CIJD と平面 AGIF は平行だから,

一方の面上の任意の線分と他方の面上の任意の線分は平行またはねじれの位置にある。

辺 CD と辺 AF は同一平面上にあるから，ねじれの位置ではない。

よって，辺 CD と辺 AF は平行である。

207

(1)

辺 BC, FG, EH

解説

$AD//BC,\ BC//FG\ (EH//FG),\ AD//EH$

(2)

辺 EH, BC, DH, HG, GC, CD

解説

線分 AF と交わらないかつ同一平面上にない辺

(3)

面 ABCD と面 EFGH

解説

$BF\perp BC,\ BF\perp AB$ より，辺 BF と面 ABCD は垂直である。

$BF\perp FG,\ BF\perp EF$ より，辺 BF と面 EFGH は垂直である。

(4)

辺 AE と辺 CG

解説

直線 AE と直線 CG は平面 BFHD と共有点をもたない。

よって，平面 BFHD と平行な辺は辺 AE と辺 CG である。

(5)

3 組

解説

面 ABCD と面 EFGH，面 AEHD と面 BFGC，面 AEFB と面 DHGC の 3 組

(6)

面 AEHD と面 BFGC

解説

AB⊥AD, AB⊥AD より，平面 ABGH と面 AEHD は垂直

AB⊥BC, AB⊥BF より，平面 ABGH と面 BFGC は垂直

208

B と H が一致するとき

2 つの垂線は点 B で交わる。

A と K が一致するとき

2 つの垂線は点 A で交わる。

B と H が一致しないかつ A と K が一致しないとき

AH⊥平面 BCD より， AH⊥CD

これと AB⊥CD より，CD⊥平面 ABH　・・・①

BK⊥平面 ACD より，AK⊥CD

これと AB⊥CD より，CD⊥平面 ABK　・・・②

①，②より，平面 ABH と平面 ABK は直線 AB を共有しかつ CD と垂直だから，

平面 ABH と平面 ABK は同一平面である。

よって，AH と BK は同一平面上の線分である。

これと平面 ACD と平面 BCD が平行でないことから，

それぞれと垂直な線分 AH と BK は平行ではない。

よって，AH と BK は交わる。

209

(1)

解法 1

AE⊥面 EFGH より，AE⊥FH

これと AK⊥FH より，FH⊥平面 AEK

よって，EK⊥FH

解法 2

AE⊥面 EFGH，AK⊥FH だから，三垂線の定理より，EK⊥FH

(2)

△AEH は∠E＝90° の直角三角形だから，三平方の定理より，

$$\mathrm{AK}=\sqrt{\mathrm{AE}^2+\mathrm{EK}^2}$$
$$=\sqrt{c^2+\mathrm{EK}^2}$$

ここで，EK について，

△EFH の面積は,

FH を底辺とすると，(1)より，高さは EK だから，$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{FH}\cdot\mathrm{EK}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}\cdot\mathrm{EK}$ ・・・①

また，EF を底辺とすると，高さは EH だから，$\frac{1}{2}ab$ ・・・②

①，②より，$\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}\cdot\mathrm{EK}=\frac{1}{2}ab$ $\therefore \mathrm{EK}=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

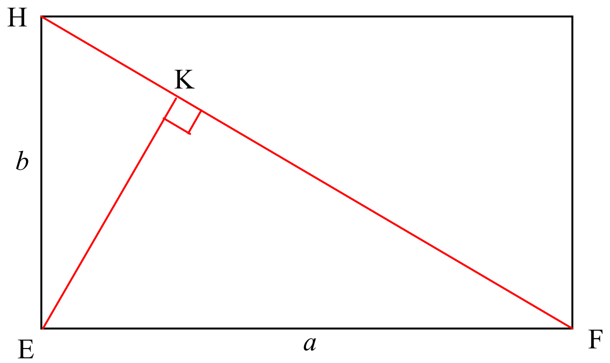
（または,

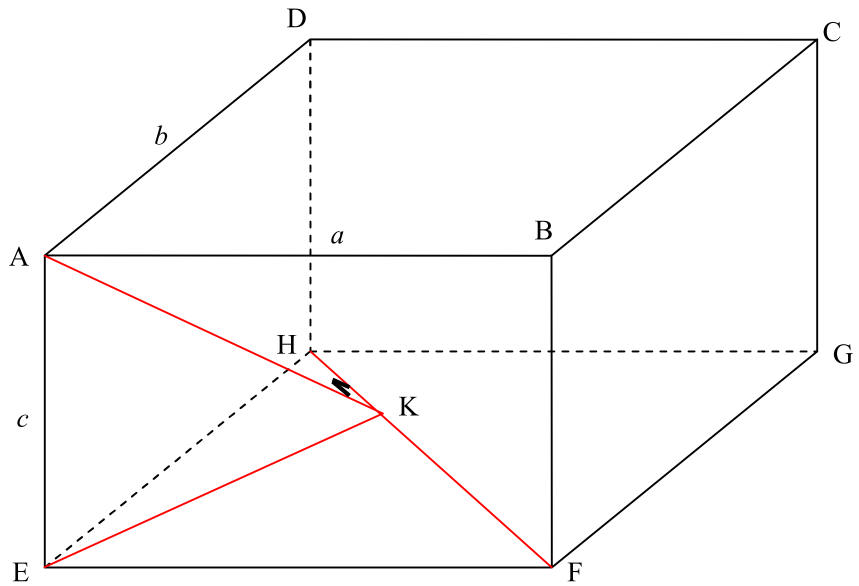
(1)より，EK⊥FH だから，△HEF∽△EKF

よって，$\frac{\mathrm{HE}}{\mathrm{HF}}=\frac{\mathrm{EK}}{\mathrm{EF}}$ より，$\mathrm{EK}=\frac{\mathrm{HE}\cdot\mathrm{EF}}{\mathrm{HF}}=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ）

ゆえに,

$$\mathrm{AK}=\sqrt{c^2+\left(\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2}$$
$$=\sqrt{c^2+\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}}$$
$$=\sqrt{\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2+b^2}}$$


H
K
b
E
a
F


D
C
b
A
a
B
H
G
K
c
E
F