空間のベクトル　演習問題

9

(1)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GU} &= \overrightarrow{OU} - \overrightarrow{OG} \\ &= \overrightarrow{OU} - \frac{\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OT}}{2} \\ &= \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PT} + \overrightarrow{TU} - \frac{\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PT}}{2} \\ &= \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OR} - \frac{\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OS}}{2} \\ &= \frac{\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{OS}}{2}\end{aligned}$$

よって，$\overrightarrow{GU} = \frac{1}{2}\left(\vec{p} + \vec{r} + \vec{s}\right)$

(2)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{QT} &= \overrightarrow{RS} \\ &= \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OR} \\ &= \vec{s} - \vec{r}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{TV} &= \overrightarrow{PR} \\ &= \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OP} \\ &= \vec{r} - \vec{p}\end{aligned}$$

$\vec{p} \cdot \vec{r} = \vec{r} \cdot \vec{s} = \vec{s} \cdot \vec{p} = 0$

$|\vec{p}| = |\vec{r}| = |\vec{s}|$

より，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GU} \cdot \overrightarrow{QT} &= \frac{1}{2}\left(\vec{p} + \vec{r} + \vec{s}\right) \cdot \left(\vec{s} - \vec{r}\right) \\ &= \frac{1}{2}\vec{p} \cdot \vec{s} - \vec{p} \cdot \vec{r} + \vec{r} \cdot \vec{s} - |\vec{r}|^2 + |\vec{s}|^2 - \vec{s} \cdot \vec{r} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GU} \cdot \overrightarrow{TV} &= \frac{1}{2}\left(\vec{p} + \vec{r} + \vec{s}\right) \cdot \left(\vec{r} - \vec{p}\right) \\ &= \frac{1}{2}\vec{p} \cdot \vec{r} - |\vec{p}|^2 + |\vec{r}|^2 - \vec{r} \cdot \vec{p} + \vec{s} \cdot \vec{r} - \vec{s} \cdot \vec{p} \\ &= 0\end{aligned}$$

よって，$\overrightarrow{GU}$ は平面 QTV 上の異なる 2 つのベクトルと垂直である。

ゆえに，$\overrightarrow{GU}$ は平面 QTV に垂直である。

10

点 D が平面 ABE 上の点であることから，$\overrightarrow{OD}$ は適当な実数 s, t を用いて

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD} &= \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AE} \\ &= \overrightarrow{OA} + s\begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}s+2t\\4s+4t\\s\end{pmatrix}\end{aligned}$$

と表せる。

よって，$\mathrm{D}(1+s+2t,\ -1+4(s+t),\ 2+s)$，ただし D の z 座標は正だから $s>0$

また，これより，$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix}s+2t\\4s+4t\\s\end{pmatrix}$

条件より，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$ だから，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} &= \begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}s+2t\\4s+4t\\s\end{pmatrix} \\ &= 18(s+t) \\ &= 0\end{aligned}$$

$\therefore s+t=0$

また，条件より $\left|\overrightarrow{AB}\right|^2 = \left|\overrightarrow{AD}\right|^2$ であり，これと $s+t=0$ より，

$$\begin{aligned}1^2+4^2+1^2 &= (s+2t)^2+(4s+4t)^2+s^2 \\ &= \{(s+t)+t\}^2+\{4(s+t)\}^2+s^2 \\ &= s^2+t^2 \\ &= 2s^2\end{aligned}$$

$\therefore s^2=9$

$s>0$，$s+t=0$ だから，$s=3,\ t=-3$

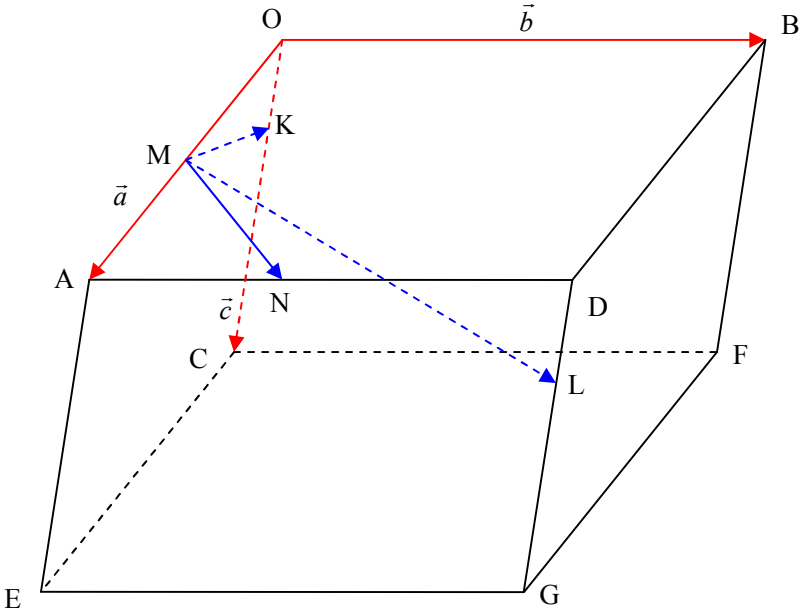
ゆえに，$\mathrm{D}(1+s+2t,\ -1+4(s+t),\ 2+s)=(-2,\ -1,\ 5)$

これと $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ より，$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{OB}=\begin{pmatrix}-3\\0\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\3\\6\end{pmatrix}$　$\therefore \mathrm{C}(-1,\ 3,\ 6)$

これは点 C の z 座標が正であることを満たす。

以上より，$\mathrm{C}(-1,\ 3,\ 6)$，$\mathrm{D}(-2,\ -1,\ 5)$

11



(1)

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$$
$$= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DL}$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DG}$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$$
$$= \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OK}$$
$$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + k\overrightarrow{OC}$$
$$= -\frac{1}{2}\vec{a} + k\vec{c}$$

(2)

点 L が条件を満たすとき，適当な実数 s, t を用いて，$\overrightarrow{ML}=s\overrightarrow{MN}+t\overrightarrow{MK}$ と表せる。

これと(1)より，$\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}=s\left(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}\right)+t\left(-\frac{1}{2}\vec{a}+k\vec{c}\right)$

$\therefore \frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}=\frac{1}{2}(s-t)\vec{a}+\frac{2}{5}s\vec{b}+kt\vec{c}$

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は互いに独立だから，$1=s-t$，$1=\frac{2}{5}s$，$\frac{1}{3}=kt$

これを解くことにより，$s=\frac{5}{2}$, $t=\frac{3}{2}$, $k=\frac{2}{9}$　$\therefore k=\frac{2}{9}$

(3)

辺 GF を l ：$1-l$ に内分する点を P とすると，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MP}&=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{GP}\\&=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+l\overrightarrow{GF}\\&=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-l\overrightarrow{OA}\\&=\left(\frac{1-2l}{2}\right)\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\end{aligned}$$

また，点 P が 3 点 M, N, K の定める平面上にあるから，適当な実数 u, v を用いて，

$\overrightarrow{MP}=u\overrightarrow{MN}+v\overrightarrow{MK}$ とも表せる。

これと(1)より，$\left(\frac{1-2l}{2}\right)\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\frac{1}{2}(u-v)\vec{a}+\frac{2}{5}u\vec{b}+kv\vec{c}$

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は互いに独立だから，

$1-2l=u-v$　$\therefore l=\frac{v}{2}-\frac{u}{2}+1$　・・・①

$1=\frac{2}{5}u$　$\therefore u=\frac{5}{2}$　・・・②

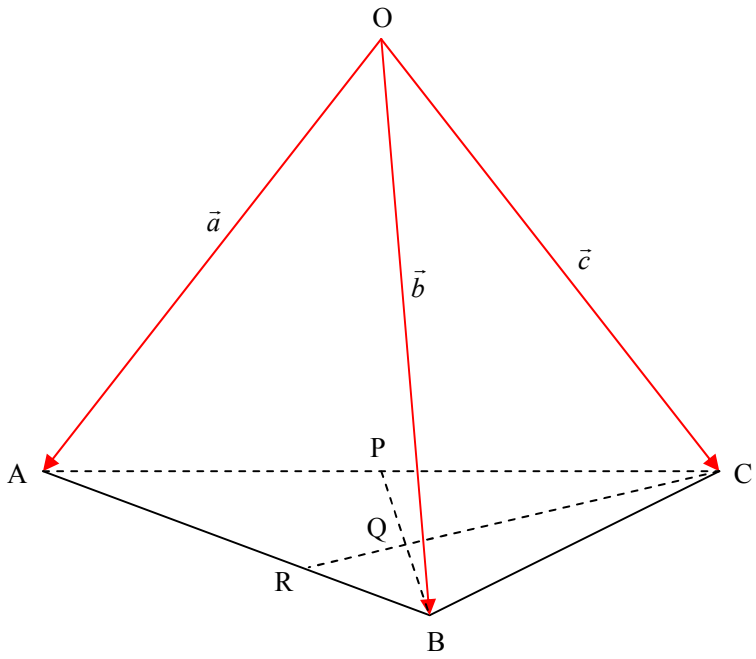
$1=kv$　$\therefore v=\frac{1}{k}$　・・・③

①，②，③より，$l=\frac{1}{2k}-\frac{3}{4}$

$0\le l\le 1$ だから，$0\le\frac{1}{2k}-\frac{3}{4}\le 1$ より，$\frac{3}{2}\le\frac{1}{k}\le\frac{7}{2}$

$\therefore \frac{2}{7}\le k\le\frac{2}{3}$

12



(1)

$$\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OB}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\overrightarrow{OB}\right\}$$
$$=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$$

(2)

△BAP と線分 CR について，メネラウスの定理より，$\frac{RA}{BR}\cdot\frac{CP}{AC}\cdot\frac{QB}{PQ}=1$

これと $\frac{CP}{AC}=\frac{1}{2}$, $\frac{QB}{PQ}=1$ から，$\frac{RA}{BR}=2$　$\therefore AR:RB=2:1$

△CAR と線分 PB について，メネラウスの定理より，$\frac{PA}{CP}\cdot\frac{BR}{AB}\cdot\frac{QC}{RQ}=1$

これと $\frac{PA}{CP}=1$, $\cdot\frac{BR}{AB}=\frac{1}{3}$ から，$\frac{QC}{RQ}=3$　$\therefore CQ:QR=3:1$

(3)

四面体 OBQR と四面体 OCPQ のそれぞれの底面を△BQR，△CPQ とすると，

これらの四面体の高さが等しいから，体積比は低面積比と一致する。

$$\frac{\Delta BQR}{\Delta CPQ}=\frac{\frac{1}{2}QB\cdot QR\sin\angle BQR}{\frac{1}{2}QP\cdot QC\sin\angle CQP}$$

$$=\frac{QB}{QP}\cdot\frac{QR}{QC}$$

$$=1\cdot\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{3}$$

よって，四面体 OBQR と四面体 OCPQ の体積比は 1：3

13

中心の座標が $(1,\ 2,\ 3)$ であるから，

中心と yz 平面，すなわち $x=0$ との距離は 1

中心と xy 平面，すなわち $z=0$ との距離は 3

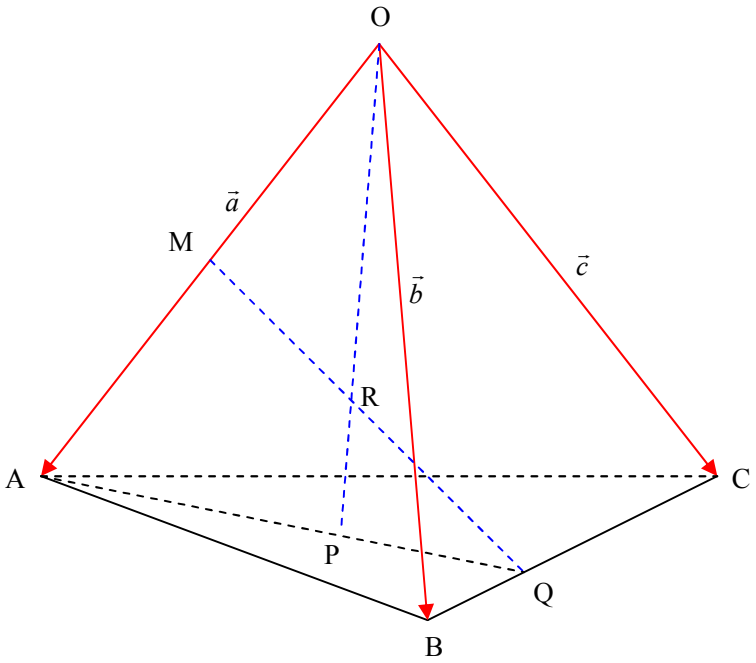
また，球面の方程式より，その半径は r である。

したがって，yz 平面と共有点をもつための条件は $r\geq 1$　・・・①

xy 平面と共有点をもたないための条件は $0<r<3$　・・・②

①かつ②より，$1\leq r<3$

14



(1)

$$\overrightarrow{OR}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{OQ}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+(1-s)\overrightarrow{OB}+s\overrightarrow{OC}\right\}$$
$$=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1-s}{2}\vec{b}+\frac{s}{2}\vec{c}$$

(2)

△AQM と線分 OP について，メネラウスの定理より，$\dfrac{PQ}{AP}\cdot\dfrac{RM}{QR}\cdot\dfrac{OA}{MO}=1$

これと $\dfrac{RM}{QR}=1$, $\dfrac{OA}{MO}=2$ から，$\dfrac{PQ}{AP}=\dfrac{1}{2}$

よって，点 P は AQ を 2：1 に内分する点である。

ゆえに，

$$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OQ}$$
$$=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\left\{(1-s)\overrightarrow{OB}+s\overrightarrow{OC}\right\}$$
$$=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}(1-s)\vec{b}+\frac{2}{3}s\vec{c}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}(1-s)\vec{b} + \frac{2}{3}s\vec{c} \\ &= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}s\left(-\vec{b} + \vec{c}\right) \\ &= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + s\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{BC}}\end{aligned}$$

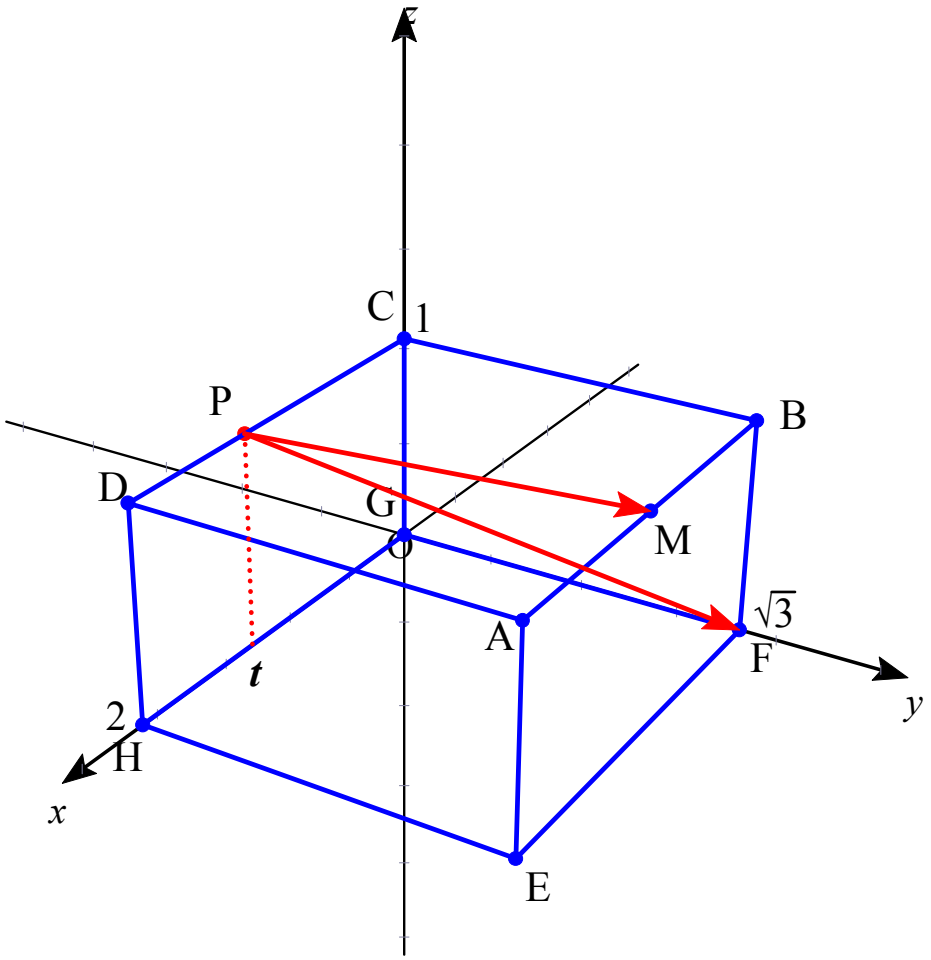
ここで，辺 AB を 2：1 に内分する点を D，辺 AC を 2：1 に内分する点を E とすると，

$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{DE}} = \frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

よって，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OD}} + s\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ （$0 \leq s \leq 1$）

ゆえに，点 P の軌跡は線分 DE

15



上図のように点をとると，$\overrightarrow{\mathrm{PF}}=\begin{pmatrix}0\\\sqrt{3}\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}t\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-t\\\sqrt{3}\\-1\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{\mathrm{PM}}=\begin{pmatrix}1\\\sqrt{3}\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}t\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-t\\\sqrt{3}\\0\end{pmatrix}$

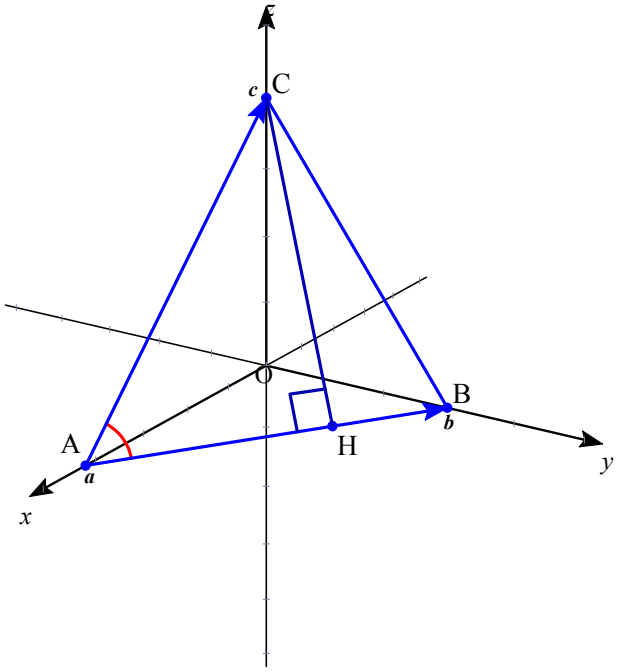
$\therefore \overrightarrow{\mathrm{PF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PM}}=-t(1-t)+\left(\sqrt{3}\right)^2+(-1)\cdot 0=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$

$0\le t\le 2$ より，$t=\frac{1}{2}$ のとき，すなわち点 P が CD を 1：3 に内分する位置にあるとき，

$\overrightarrow{\mathrm{PF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PM}}$ は最小値 $\frac{11}{4}$ をとる。

16

解法 1



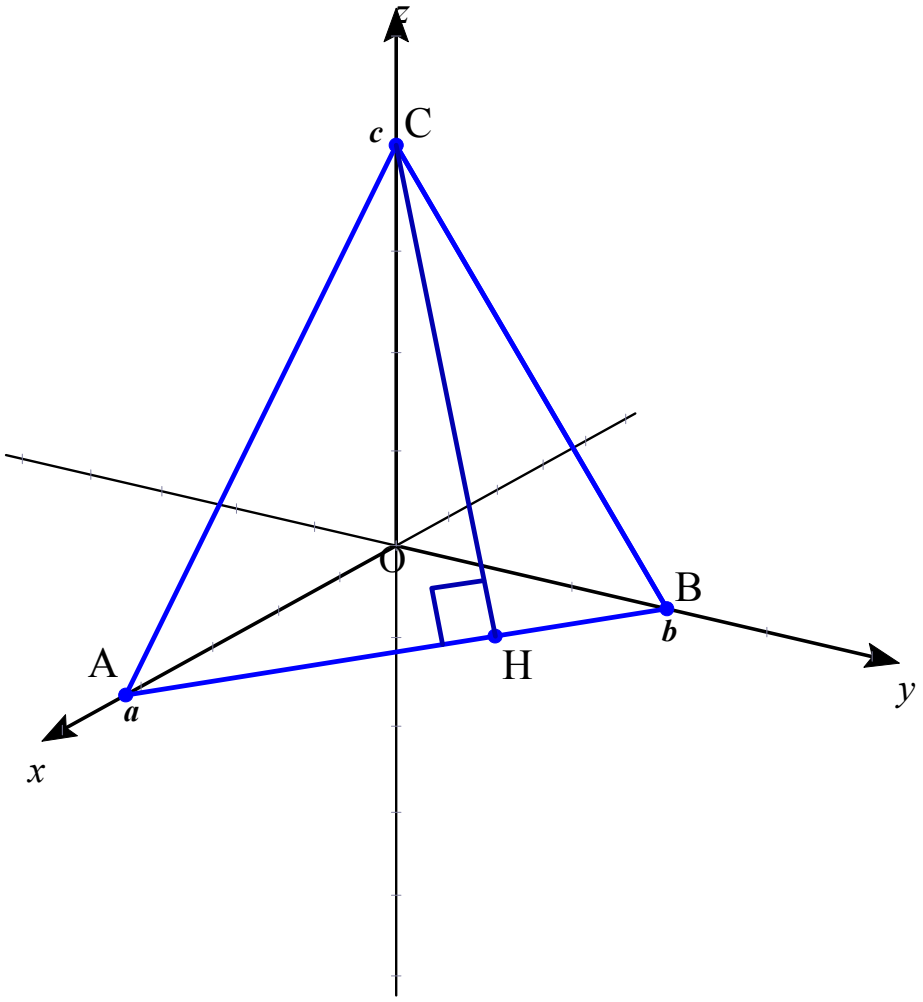
$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right| \cos\angle \mathrm{CAB}$$
$$= \frac{\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| \cos\angle \mathrm{CAB}}{\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|}$$
$$= \frac{\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}}}{\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|}$$

これと $\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = a^2$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| = \sqrt{a^2+b^2}$ より，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right| = \dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$

よって，

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{CH}}\right| = \sqrt{\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|^2 - \left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right|^2}$$
$$= \sqrt{\left(a^2+c^2\right) - \left(\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2+b^2}}$$

解法 2



適当な実数を t （$0 \leq t \leq 1$）とすると，

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OH}} &= \overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{AB}} \\ &= \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a - at \\ bt \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

よって，$\overrightarrow{\mathrm{CH}} = \begin{pmatrix} a - at \\ bt \\ -c \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{CH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$ より，$\overrightarrow{\mathrm{CH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\begin{pmatrix}a-at\\bt\\-c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-a\\b\\0\end{pmatrix}=-a^2+a^2t+b^2t=0 \quad \therefore t=\dfrac{a^2}{a^2+b^2}$

これより，

$$\overrightarrow{\mathrm{CH}}=\begin{pmatrix}a-at\\bt\\-c\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}\dfrac{ab^2}{a^2+b^2}\\[2ex]\dfrac{a^2b}{a^2+b^2}\\-c\end{pmatrix}$$

ゆえに，

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{CH}}\right|=\sqrt{\left(\frac{ab^2}{a^2+b^2}\right)^2+\left(\frac{a^2b}{a^2+b^2}\right)^2+(-c)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{a^2b^2\left(a^2+b^2\right)}{\left(a^2+b^2\right)^2}+c^2}$$
$$=\sqrt{\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}+c^2}$$
$$=\sqrt{\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2+b^2}}$$

(2)

$$S=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{CH}}\right|$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2+b^2}}$$
$$=\frac{\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}{2}$$

$S_1=\frac{ab}{2},\ S_2=\frac{bc}{2},\ S_3=\frac{ca}{2}$

より，

$$\left(\sqrt{3}S\right)^2-\left(S_1+S_2+S_3\right)^2=\frac{3\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)}{4}-\frac{\left(ab+bc+ca\right)^2}{4}$$
$$=\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2-ab^2c-abc^2-a^2bc}{2}$$
$$=\frac{\left(ab-bc\right)^2+\left(ac-bc\right)^2+\left(ab-ac\right)^2}{4}$$
$$=\frac{b^2\left(a-c\right)^2+c^2\left(a-b\right)^2+a^2\left(b-c\right)^2}{4}$$
$$\geq 0$$

$\sqrt{3}S>0,\ S_1+S_2+S_3>0$ だから，

$\sqrt{3}S\geq S_1+S_2+S_3$

(3)

$a,\ b,\ c$ は正の定数だから，

等号が成り立つための必要十分条件は $a-c=0$ かつ $a-b=0$ かつ $b-c=0$

すなわち $a=b=c$

17

(1)

$(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=20$ かつ $x=0$ （yz 平面の方程式）より，

円 C の方程式は $y^2+(z-1)^2=16$

よって，円 C の中心の座標は $(0,\ 0,\ 1)$，半径は 4

(2)

解法 1

$y^2+z^2=16$ の動径と y 軸正方向がなす角を θ $(0\le\theta<2\pi)$ とおくと，

その円周上の点は $(0,\ 4\cos\theta,\ 4\sin\theta)$ と表せる。

円 C は $y^2+z^2=16$ を z 軸方向に $+1$ 平行移動した円であるから，

その円周上の点 P の座標は $(0,\ 4\cos\theta,\ 4\sin\theta+1)$

また，点 Q の座標を $(t,\ t,\ 0)$ とすると，

$$\begin{aligned}
\mathrm{PQ}^2&=(t-0)^2+(t-4\cos\theta)^2+\{(-4\sin\theta-1)-0\}^2\\
&=2t^2-8\cos\theta\cdot t+16\cos^2\theta+16\sin^2\theta+8\sin\theta+1\\
&=2\left(t^2-4\cos\theta\cdot t\right)+8\sin\theta+17\\
&=2(t-2\cos\theta)^2-8\cos^2\theta+8\sin\theta+17\\
&=2(t-2\cos\theta)^2-8\left(1-\sin^2\theta\right)+8\sin\theta+17\\
&=2(t-2\cos\theta)^2+8\sin^2\theta+8\sin\theta+9\\
&=2(t-2\cos\theta)^2+8\left(\sin\theta+\frac{1}{2}\right)^2+7
\end{aligned}$$

よって，$t=2\cos\theta,\ \sin\theta=-\dfrac{1}{2}$ のとき，すなわち $t=2\cos\theta=\pm\sqrt{3},\ \sin\theta=-\dfrac{1}{2}$ のとき

PQ は最小値 $\sqrt{7}$ をとる。

このとき点 P の座標と点 Q の座標の組合せは

$\mathrm{P}(0,\ 4\cos\theta,\ 4\sin\theta+1)$，$\mathrm{Q}(t,\ t,\ 0)=(2\cos\theta,\ 2\cos\theta,\ 0)$ より，

$\mathrm{P}(0,\ -2\sqrt{3},-1)$，$\mathrm{Q}(-\sqrt{3},\ -\sqrt{3},\ 0)$ または $\mathrm{P}(0,\ 2\sqrt{3},-1)$，$\mathrm{Q}(\sqrt{3},\ \sqrt{3},\ 0)$

解法 2

$\mathrm{P}(0,\ y,\ z)$，$\mathrm{Q}(x,\ x,\ 0)$とおくと，

$$\begin{aligned}\mathrm{PQ}^2 &= (x-0)^2+(x-y)^2+(0-z)^2\\ &= 2x^2-2xy+y^2+z^2\\ &= 2\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{y^2}{2}+z^2\end{aligned}$$

ここで，$y^2+(z-1)^2=16$ より，$y^2=-(z-1)^2+16$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{PQ}^2 &= 2\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{y^2}{2}+z^2\\ &= 2\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{-(z-1)^2+16}{2}+z^2\\ &= 2\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{1}{2}(z+1)^2+7\end{aligned}$$

ゆえに，$x=\dfrac{y}{2},\ z=-1$ のとき，PQ は最小値 $\sqrt{7}$ をとる。

また，このときの P, Q の座標については，

$y^2=-(z-1)^2+16$，$z=-1$ より，$y=\pm 2\sqrt{3}$　$\therefore x=\dfrac{y}{2}=\pm\sqrt{3}$

より，

$\mathrm{P}(0,\ -2\sqrt{3},-1)$，$\mathrm{Q}(-\sqrt{3},\ -\sqrt{3},\ 0)$ または $\mathrm{P}(0,\ 2\sqrt{3},-1)$，$\mathrm{Q}(\sqrt{3},\ \sqrt{3},\ 0)$