1．放物運動

(5)

P，Q の速度をそれぞれ$\vec{v}_{\mathrm{P}}$，$\vec{v}_{\mathrm{Q}}$とし，$\vec{v}=\begin{pmatrix}\vec{v}_x\\ \vec{v}_y\end{pmatrix}$の形で成分表示すると，

$\vec{v}_{\mathrm{P}}=\begin{pmatrix}v_0\cos\theta\\ v_0\sin\theta-gt\end{pmatrix}$，$\vec{v}_{\mathrm{Q}}=\begin{pmatrix}0\\ -gt\end{pmatrix}$より，

Q から見た P の速度の成分表示は$\vec{v}_{\mathrm{P}}-\vec{v}_{\mathrm{Q}}=\begin{pmatrix}v_0\cos\theta\\ v_0\sin\theta\end{pmatrix}$となる。

つまり，Q から見ると P は，
その速度のx成分とy成分がそれぞれ常に$v_0\cos\theta$，$v_0\sin\theta$の

速さ$\sqrt{(v_0\cos\theta)^2+(v_0\sin\theta)^2}=v_0$の等速直線運動をする。

とくに P と Q が衝突する場合の Q から見た P は，

P は$\tan\theta=\dfrac{b}{a}$の向きに，すなわち Q に向かって投げ出されるから，

Q に向かっての等速直線運動となる。

これと P が投げ出された瞬間（時刻$t=0$）の PQ 間の距離が$\sqrt{a^2+b^2}$であることから，

このとき P と Q が衝突するまでの時間t_0は$t_0=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{v_0}$である。

t_0の別解

投げ出された P が，$x=a$を横切る時刻$t_0=\dfrac{a}{v_0\cos\theta}$

P が Q と衝突するためには$\tan\theta=\dfrac{b}{a}$

$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta$，$\cos\theta>0$より，

$$\frac{1}{\cos\theta}=\sqrt{1+\tan^2\theta}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$$

よって，

$$t_0=\frac{a}{v_0\cos\theta}=\frac{a}{v_0}\cdot\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{v_0}$$