32．単振動

(3)

A と B が離れるまで，A と B を一体として扱い，その加速度を a_0 とすると，

運動方程式は，$4ma_0=-kx$ となる。

したがって，この運動方程式は単振動運動を表し，その周期を T とすると，$T=2\pi\sqrt{\dfrac{4m}{k}}$

動き始めてから離れるまでの時間は $\dfrac{1}{4}T$ だから，

$t_0=\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　　・・・(答)

(4)

$0\leq t\leq t_0=\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ のとき

振幅 d，角振動数 $\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ の単振動だから，初期位相を φ とすると，

$x=d\sin\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}t+\varphi\right)$

$t=0$ のとき $x=-d$，$t=\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ のとき $x=0$ だから，

$-d=d\sin\varphi$，$0=d\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\varphi\right)=d\cos\varphi$ より，$\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$

よって，$x=d\sin\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}t-\dfrac{\pi}{2}\right)=-d\cos\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$

$t_0\leq t$ のとき

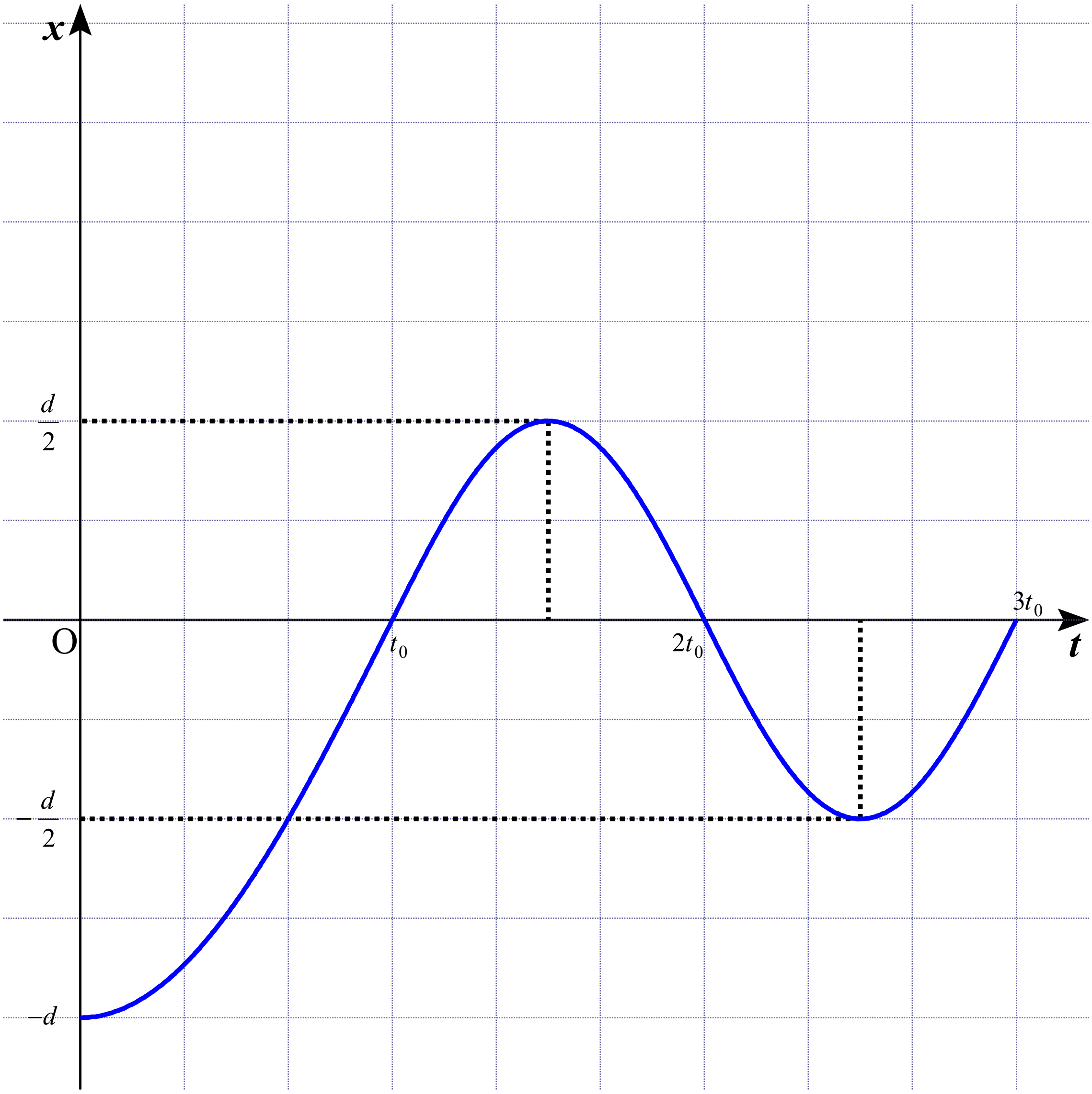
A の角振動数を ω'，振幅を A，初期位相を φ' とすると，$x=A\sin\{\omega'(t-t_0)+\varphi'\}$

$t=t_0$ のとき振動中心 $x=0$ に位置し，そこから正方向に単振動するから，$\varphi'=0$

A の加速度を a とすると，A の運動方程式は $ma=-kx$ だから，$\omega'=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

また，力学的エネルギー保存則より，$\dfrac{1}{2}mu^2=\dfrac{1}{2}kA^2$　$\therefore A=u\sqrt{\dfrac{m}{k}}=\dfrac{d}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}\cdot\sqrt{\dfrac{m}{k}}=\dfrac{d}{2}$

よって，$x=\dfrac{d}{2}\sin\left\{\sqrt{\dfrac{k}{m}}(t-t_0)\right\}=\dfrac{d}{2}\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t-\pi\right)=-\dfrac{d}{2}\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$


x
$\frac{d}{2}$
$-\frac{d}{2}$
$-d$
O
t_0
$2t_0$
$3t_0$
t

(5)

$x = -\dfrac{d}{2}\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$ より， $v_{\mathrm{A}} = \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{d}{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$