52. 熱力学

(5)

$PV = nRT$ より，P と T は比例の関係にあるから，
PV が最大値をとるときの T を T_{A} で表せばよい。

直線 BC の式は，$P = -\dfrac{P_0}{V_0}(V - V_0) + 2P_0$ より，$P = -\dfrac{P_0}{V_0}V + 3P_0$

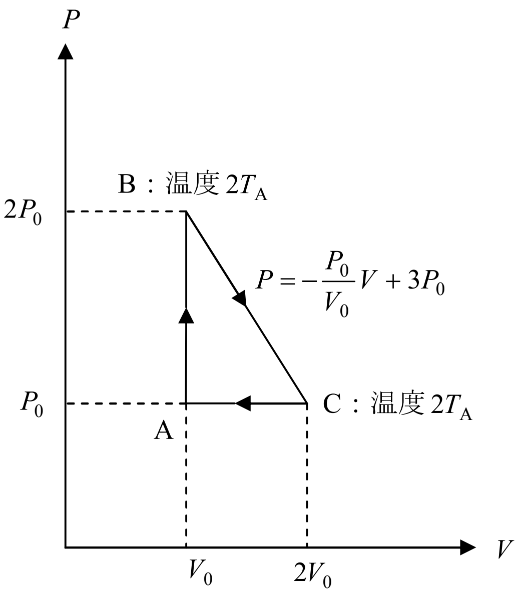
よって，

$$
\begin{aligned}
PV &= -\frac{P_0}{V_0}V^2 + 3P_0V \\
&= -\frac{P_0}{V_0}\left(V^2 - 3V_0V\right) \\
&= -\frac{P_0}{V_0}\left(V - \frac{3V_0}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}P_0V_0
\end{aligned}
$$

P_0V_0 のときの温度が T_{A} だから，

体積が $\dfrac{3}{2}V_0$ のとき温度は最大値 $\dfrac{9}{4}T_{\mathrm{A}}$

これと(4)の結果より，最高温度は $\dfrac{9}{4}T_{\mathrm{A}}$



(6)

B$\left(2P_0, V_0, T_B\right)$から$\left(P, V, T\right)$（$V_0 \leq V \leq 2V_0$）になるまで吸収した熱量を$Q$とすると，

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{3}{2}nR\left(T - T_B\right) + W \\
&= \frac{3}{2}\left(nRT - nRT_B\right) + \frac{1}{2}\left(2P_0 + P\right)\left(V - V_0\right) \\
&= \frac{3}{2}\left(PV - 2P_0V_0\right) + \frac{1}{2}\left(2P_0V - 2P_0V_0 + PV - PV_0\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(4PV - 8P_0V_0 + 2P_0V - PV_0\right)
\end{aligned}
$$

ここで，$P = -\dfrac{P_0}{V_0}V + 3P_0$より，

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{1}{2}\left(4PV - 8P_0V_0 + 2P_0V - PV_0\right) \\
&= \frac{1}{2}\left\{4\left(3P_0 - \frac{P_0}{V_0}V\right)V - 8P_0V_0 + 2P_0V - \left(3P_0 - \frac{P_0}{V_0}V\right)V_0\right\} \\
&= \frac{P_0}{2}\left(-\frac{4}{V_0}V^2 + 15V - 11V_0\right) \\
&= \frac{P_0}{2V_0}\left(-4V^2 + 15V_0V - 11V_0^2\right)
\end{aligned}
$$

よって，$Q = -\dfrac{P_0}{2V_0}\left(4V^2 - 15V_0V + 11V_0^2\right)$（$V_0 \leq V \leq 2V_0$）　・・・①

これより，QはVの関数であり，

$V_0 < V < 2V_0$において，$\dfrac{dQ}{dV} = -\dfrac{P_0}{2V_0}\left(8V - 15V_0\right)$である。

したがって，

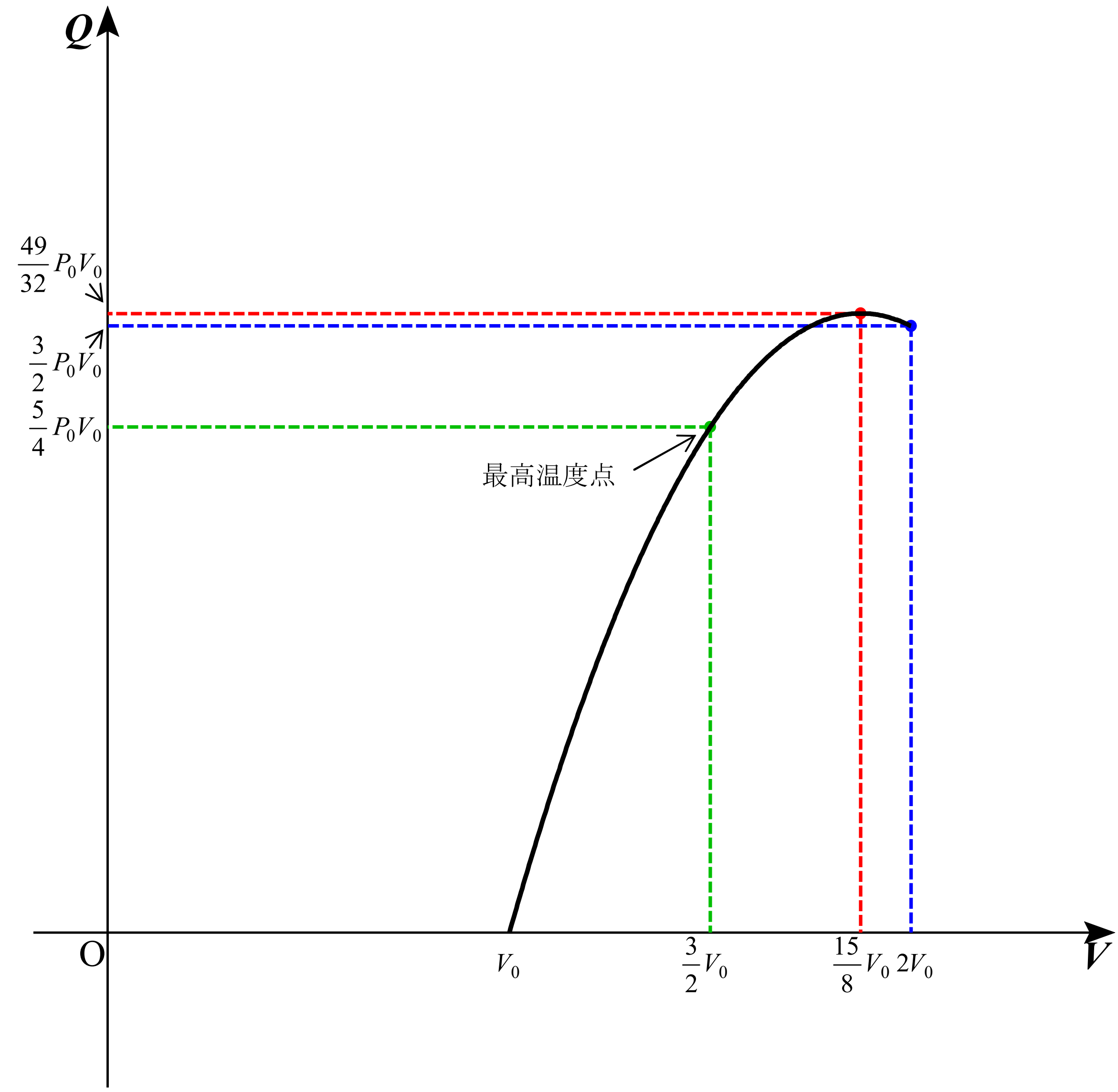
$V_0 < V < \dfrac{15}{8}V_0$のとき，$\dfrac{dQ}{dV} > 0$より，系は熱を吸収し，

$\dfrac{15}{8}V_0 < V < 2V_0$のとき，$\dfrac{dQ}{dV} < 0$より，系は熱を放出する。

ゆえに，系が熱の吸収から放出に変化するときの体積は$\dfrac{15}{8}V_0$

また，体積が$\dfrac{15}{8}V_0$になるまでに系が吸収した熱量は，

①に$V = \dfrac{15}{8}V_0$を代入することにより，$\dfrac{49}{32}P_0V_0$である。



Q
$\frac{49}{32}P_0V_0$
$\frac{3}{2}P_0V_0$
$\frac{5}{4}P_0V_0$
最高温度点
O
V_0
$\frac{3}{2}V_0$
$\frac{15}{8}V_0$
$2V_0$
V