

60 波の性質

補足

媒質の変位と座標と時刻の関係式 $y = f(x, t)$ を求めてみる。

まず、図 1 から時刻 $t = 0$ のときの媒質の変位と座標の関係式を求める。

$$\theta \text{ [rad]} \text{ で表すと, } y = -3 \cos \theta \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\theta}{x} = \frac{2\pi}{8} \text{ より, } \theta = \frac{\pi}{4}x \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } y = -3 \cos \frac{\pi}{4}x \quad \dots \textcircled{3}$$

波の速さは 20 cm/s だから、ある座標 x の変位が時刻 t に伝わった座標を x' とすると、

$$x' = x + 20t \text{ である。よって, } x = x' - 20t \quad \dots \textcircled{4}$$

④を③に代入すると、

$$\begin{aligned} y &= -3 \cos \frac{\pi}{4}(x' - 20t) \\ &= -3 \cos \left(\frac{\pi}{4}x' - 5\pi \right) \\ &= -3 \cos \pi \left(\frac{x'}{4} - 5t \right) \end{aligned}$$

$$x' \text{ を } x \text{ に書き直すことにより, } y = f(x, t) = -3 \cos \pi \left(\frac{x}{4} - 5t \right)$$

図 2 のようになる位置を $y = f(x, t) = -3 \cos \pi \left(\frac{x}{4} - 5t \right)$ から求めてみる。

$$\text{図 2 のグラフの式は } y = -3 \sin \theta' \text{ および } \frac{\theta'}{t} = \frac{2\pi}{0.4} \text{ より, } y = -3 \sin 5\pi t$$

$$\begin{aligned} -3 \sin 5\pi t &= -3 \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5\pi t \right) \\ &= -3 \cos \pi \left(\frac{2}{4} - 5t \right) \end{aligned}$$

$$f(x, t) = -3 \cos \pi \left(\frac{x}{4} - 5t \right) \text{ だから, 図 2 のようになる位置の 1 つは } x = 2$$

よって、図 2 のようになる位置の一般解は n を自然数とすると、 $x = 2 + 4n$