

64. 気柱の共鳴

管の長さ・定常波の波長・定常波の振動数の関係

閉管の場合

管の長さ L と波長 λ_{2n-1}

管の長さは、定常波の波長を λ とすると、 $\frac{\lambda}{4}$ (節と腹の最小間隔) の奇数倍で表せる。

管の長さを L とすると、

$$L = \frac{\lambda_1}{4} \times 1, \frac{\lambda_2}{4} \times 3, \frac{\lambda_3}{4} \times 5, \dots, \frac{\lambda_n}{4} \times (2n-1) \quad \therefore \lambda_n = \frac{4}{2n-1} L$$

ここで、紛らわしさを避けるため、 λ_{2n-1} と書き改めて、

$$\lambda_{2n-1} = \frac{4}{2n-1} L$$

とする。

また、 $\lambda_1 = 4L$ より、

$$\lambda_{2n-1} = \frac{\lambda_1}{2n-1}$$

λ_{2n-1} となる振動を $(2n-1)$ 倍振動、とくに $2n-1=1$ のときの振動を基本振動と呼ぶ。

波長 λ_{2n-1} と固有振動数 f_{2n-1}

音速を V とすると、 $f_{2n-1} \cdot \lambda_{2n-1} = V$ であり、

$$f_1 \cdot \lambda_1 = f_{2n-1} \cdot \lambda_{2n-1} \text{ より、} f_{2n-1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_{2n-1}} f_1$$

$$\text{これと } \lambda_{2n-1} = \frac{\lambda_1}{2n-1} \text{ より、} f_{2n-1} = (2n-1) \cdot f_1$$

開管の場合

管の長さ L と波長 λ_n

管の長さは、定常波の波長を λ とすると、 $\frac{\lambda}{2}$ (腹と腹の最小間隔) の自然数倍で表せる。

管の長さを L とすると、

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \times 1, \frac{\lambda_2}{2} \times 2, \frac{\lambda_3}{2} \times 3, \dots, \frac{\lambda_n}{2} \times n \quad \therefore \lambda_n = \frac{2}{n} L$$

また、 $\lambda_1 = 2L$ より、

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1}{n}$$

λ_n となる振動を n 倍振動、とくに $n=1$ のときの振動を基本振動と呼ぶ。

波長 λ_n と固有振動数 f_n

音速を V とすると、 $f_n \cdot \lambda_n = V$ であり、

$$f_1 \cdot \lambda_1 = f_n \cdot \lambda_n \text{ より、} f_n = \frac{\lambda_1}{\lambda_n} f_1$$

$$\text{これと } \lambda_n = \frac{\lambda_1}{n} \text{ より、} f_n = n \cdot f_1$$

まとめ

閉管 (長さ L) の場合

$$L = \frac{\lambda_{2n-1}}{4} \times (2n-1)$$

$$\lambda_{2n-1} = \frac{\lambda_1}{2n-1}$$

$$f_1 \cdot \lambda_1 = f_{2n-1} \cdot \lambda_{2n-1} = V$$

$$f_{2n-1} = (2n-1) \cdot f_1$$

開管 (長さ L) の場合

$$L = \frac{\lambda_n}{2} \times n$$

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1}{n}$$

$$f_1 \cdot \lambda_1 = f_n \cdot \lambda_n = V$$

$$f_n = \frac{\lambda_1}{\lambda_n} f_1$$

(4)

$$f = \frac{n_A}{2l}V = \frac{n_B}{4l}V = \frac{n_C}{6l}V = \frac{n_D}{8l}V \text{ より, } n_A = \frac{n_B}{2} = \frac{n_C}{3} = \frac{n_D}{4}$$

よって, $n_A = \frac{n_B}{2} = \frac{n_C}{3} = \frac{n_D}{4} = 1$ のとき, f は最小値をとり,

その値は, $\frac{V}{2l}$ である。