

10. 静電気

(2)

電位の定義

電場内に置かれた単位電荷 (+1C の電荷) がもつ静電気力の位置エネルギー

A 点の +Q [C] がつくる電場の電位 (電場内の単位電荷の静電気力の位置エネルギー) を V_A B 点の -Q [C] がつくる電場の電位 (電場内の単位電荷の静電気力の位置エネルギー) を V_B

とすると、点電荷がつくる電場の電位を、無限遠を 0V とすると、

$$V = k \times \frac{\text{点電荷の電荷}}{\text{点電荷と単位電荷の距離}}$$

O 点の電位

$$V_A + V_B = k \frac{+Q}{l} + k \frac{-Q}{l} = 0 \quad \therefore 0 \quad \dots (\text{答})$$

M 点の電位

$$V_A + V_B = k \frac{+Q}{\frac{3}{2}l} + k \frac{-Q}{\frac{l}{2}} = -\frac{4kQ}{3l} \quad \therefore -\frac{4kQ}{3l} \quad \dots (\text{答})$$

補足

直線 OC は線分 AB の垂直二等分線だから直線 OC 上の点は A, B から等距離にある。

$$\text{よって、その距離を } r \text{ とすると、 } V_A + V_B = k \frac{+Q}{r} + k \frac{-Q}{r} = 0$$

(3)

M 点で放した P が O 点を通ることから、A, B, C で定められる平面は水平である。

P が O 点を通るときの速さを v とすると、P の静電気力の位置エネルギー (P の電荷 \times 電位) + P の運動エネルギー = 一定 より、

$$\frac{1}{2} \cdot 0^2 + (-q) \cdot \left(-\frac{4kQ}{3l} \right) = \frac{1}{2} mv^2 + (-q) \cdot 0 \quad \therefore v = 2 \sqrt{\frac{2kqQ}{3ml}} \quad \dots (\text{答})$$

解説

電位とは電場内の単位電荷 (+1C の電荷) がもつ静電気力の位置エネルギーである。

よって、 q [C] の電荷が電位 V の位置でもつ静電気力の位置エネルギーは qV であり、

保存力が静電気力のみするとき、次の力学的エネルギー保存則が成り立つ。

静電気力の位置エネルギー + 運動エネルギー = 一定

(4)

(1)より、点電荷 A, B は右向きで強さが $\frac{2kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}$ の電場をつくる。

そこで、右向きを正とすると、

$$P \text{ が点電荷 A,B がつくる電場から受ける静電気力は } -q \cdot \frac{2kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}$$

線分 AB に平行かつ一様な電場を E とすると、 P はその電場から $-qE$ の静電気力を受ける。

$$\text{これら 2 つの静電気力の合力は、条件より、} \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{2kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ だから、}$$

$$-q \cdot \frac{2kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} + (-q) \cdot E = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{2kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \therefore E = -\frac{3kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}$$

よって、線分 AB に平行かつ一様な電場は、左向きで、その強さは $\frac{3kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \dots \text{(答)}$

(5)

P に対し外力がした仕事 = P が受ける静電気力の位置エネルギー変化

点電荷 A,B がつくる電界により P が受ける静電気力の位置エネルギー変化

$$\left(-q \cdot k \frac{Q}{\frac{3}{2}l} + (-q) \cdot k \frac{-Q}{\frac{l}{2}} \right) - \left(-q \cdot k \frac{Q}{\sqrt{l^2 + L^2}} + (-q) \cdot k \frac{-Q}{\sqrt{l^2 + L^2}} \right) = \frac{4kQ}{3l} \quad \dots \text{①}$$

一様な電界により P が受ける静電気力の位置エネルギー変化

$$\text{線分 AB に平行かつ一様な電場は、左向きで、その強さは } \frac{3kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ だから、}$$

$$\text{直線 OC を } 0V \text{ とすると、M の電位は } \frac{l}{2} \cdot \frac{3kQl}{(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3kQl^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}$$

よって、 P が受ける静電気力の位置エネルギー変化は

$$-q \cdot \frac{3kQl^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} - (-q) \cdot 0 = -\frac{3kqQl^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots \text{②}$$

①, ②より 外力のした仕事, すなわち P が受ける静電気力の位置エネルギー変化は

$$\frac{4kqQ}{3l} + \left(-\frac{3kqQl^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \right) = kqQ \left(\frac{4}{3l} - \frac{3l^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad \dots \text{(答)}$$

(6)

力学的エネルギー保存則より、M点の力学的エネルギー＝O点の力学的エネルギー
O点の静電気力の位置エネルギーを0とすると、

M点の静電気力の位置エネルギーは、(5)より、 $kqQ\left(\frac{4}{3l} - \frac{3l^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}\right)$

運動エネルギーはいずれも0

よって、 $\frac{1}{2}m \cdot 0^2 + kqQ\left(\frac{4}{3l} - \frac{3l^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{1}{2}m \cdot 0^2 + 0$ より、 $\frac{4}{3l} = \frac{3l^2}{2(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$8(l^2 + L^2)^{\frac{3}{2}} = 9l^3 \Leftrightarrow 8^{\frac{2}{3}}(l^2 + L^2) = 9^{\frac{2}{3}}l^2$$

$$\Leftrightarrow 4(l^2 + L^2) = 3^{\frac{4}{3}}l^2$$

$$\Leftrightarrow L^2 = \frac{l^2}{4} \left(3^{\frac{4}{3}} - 4 \right)$$

$$\therefore L = \frac{l}{2} \sqrt{3^{\frac{4}{3}} - 4} \dots \dots (\text{答})$$