15. 静電気

(1)

球 A

正電荷どうしの斥力により，正電荷は球殻の表面にのみ分布する。

よって，球 A 表面の総電荷は$+Q$である。

球殻 B

球 A の表面電荷による静電誘導と静電気力により，

球殻 B の総電荷$-Q$は球殻内側の表面に一様に分布する。

(2)

球殻内部の電界

球殻 B は導体だから内部に電界があるとすると，電荷が移動し続ける。

これは球殻の総電荷$-Q$が球殻内側の表面に一様に分布し静止しているという事実に反する。よって，球殻 B 内部の電界は 0 でなければならない。

あるいは，

静電誘導により球殻内部に外部の電界（球 A による電界）と逆向きの電界が生じ，

外部の電界（球 A による電界）を打ち消すまで自由電子が移動する。

その結果，球殻内部の電界が 0 になるとともに，球殻内部表面の電荷が$-Q$になる。

ただし，導体でない場合，外部電界を完全に打つ消すことができないので，

内部電界は 0 にはならない。

球殻の外側の電界

総電荷$-Q$は球殻内側表面に分布するから，球殻の外側表面の電荷は 0 である。

よって，球殻外側表面から無限遠にかけての電界も 0 である。

以上より，球殻内部とその外部，すなわち$r>b$の領域の電界は 0 である。

ただし，

球殻 B のはじめの総電荷が 0 の場合，

球殻内側表面の電荷が$-Q$，球殻外側表面の電荷が$+Q$となるので，

球殻内部の電界は 0 であるものの，点 O からの距離をrとすると，

球殻 B 外側表面から無限遠にかけて，強さ$E=k\dfrac{Q}{r^2}$で表される電界ができる。

(3)

球殻内部に電界がないことから，球殻 B 全体が等電位になっている。

このことと，$r>b$の電界が 0 だから，B の電位は無限遠を基準にした電位と等しい。

すなわち 0 である。

(4)

電荷$+Q$は球Aの表面に一様に分布していることから，
$r=b$の位置の電界や電位を考える場合，
球Aの代わりに中心Oに電荷$+Q$の点電荷があると仮定するとわかりやすい。

すると，無限遠を基準にした$r=b$における電位をV_bとすると，$V_b=\dfrac{kQ}{b}$となる。

(5)

(4)と同様に，中心Oに電荷$+Q$の点電荷があると仮定することにより，$V_a=\dfrac{kQ}{a}$

補足
球Aの表面から出る電気力線は$r=b$の領域を通過するから，
$r=b$の領域から出る電気力線の本数とAから出る電気力線の本数は$4\pi kQ$で等しい。
$r=b$の領域における電界の強さをE_bとすると，その領域面積は$4\pi b^2$だから，

ガウスの法則より，$E_b=\dfrac{4\pi kQ}{4\pi b^2}=\dfrac{kQ}{b^2}$

これは中心Oに電荷$+Q$の点電荷を仮定した場合の電界の強さと同じである。
よって，$r=b$や$r=a$の電界や電位を考える場合，
球Aの代わりに中心Oに電荷$+Q$の点電荷があると仮定して考えてよい。

(6)

Aから$4\pi kQ$本の電気力線が一様に発散し，
Bがある場合はそこが終点であり，なければそのまま無限遠まで発散するだけだから，
AB間の電気力線の密度は同じである。AB間の電界はBがあってもなくても同じ。

(7)

AB間の電界はBがあってもなくても同じだから，AB間の電位差もBの存在とは無関係。

よって，Bに対するAの電位＝$V_a-V_b=\dfrac{kQ}{a}-\dfrac{kQ}{b}=\dfrac{b-a}{ab}kQ$

これとBの電位が0であることより，

Aの電位は$0+\dfrac{b-a}{ab}kQ=\dfrac{b-a}{ab}kQ$

(8)

導体内部の電界は0だから，電位差が生じない。すなわち等電位である。

(9)

$Q=CV$より，$C=\dfrac{Q}{V}$

VはAB間の電位差だから，$V=\dfrac{b-a}{ab}kQ$　よって，$C=\dfrac{ab}{k(b-a)}$