16　コンデンサー

手際よく問題を解くためのコツ

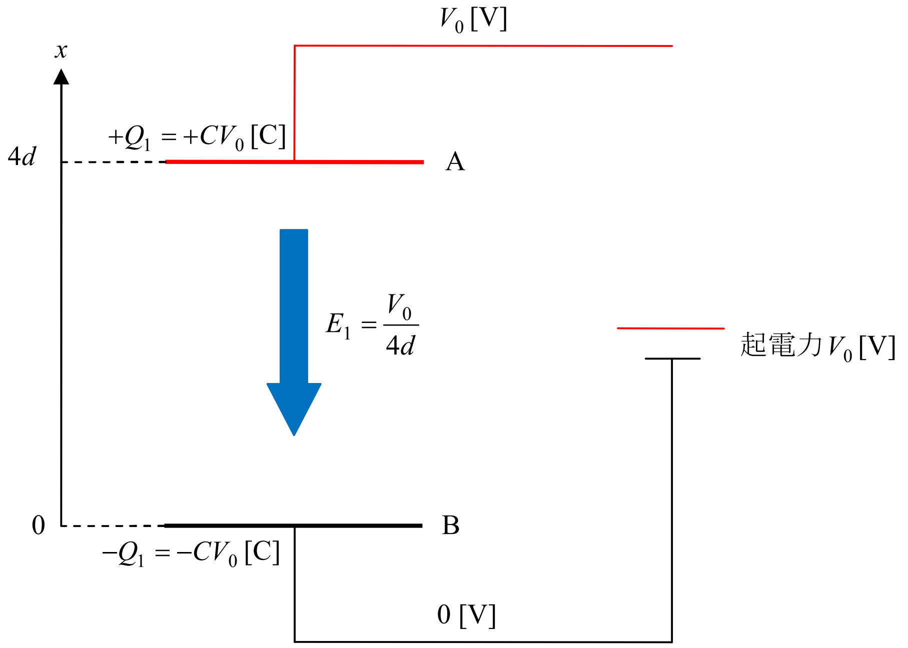
情報を（電気量，電気容量，電位差，電界，極板間隔）と表示して進める。

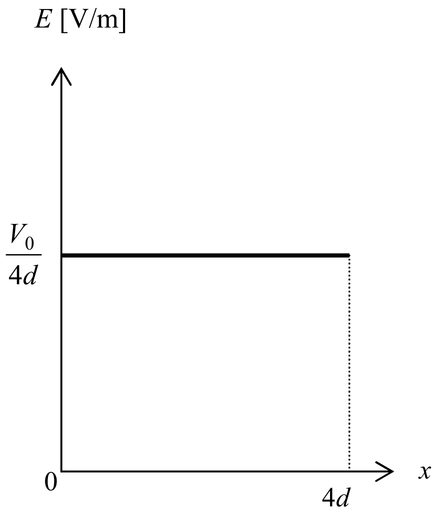
これは熱力学第一法則の問題でも有効である。（尚，この解説では，それをしていない。）

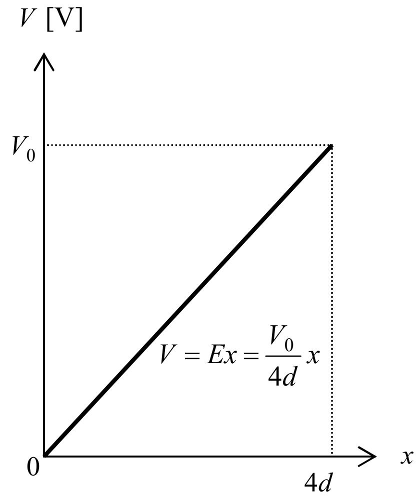
(1)

電池の負極の電位を 0[V]，M がないとき（極板間隔＝$4d$）の電気容量を C とする。

スイッチ S を閉じて充電してから S を開いたとき



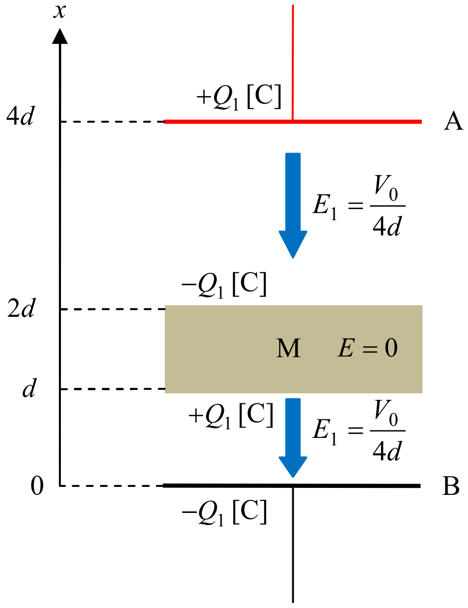




(2)

スイッチ **S** を開いたまま，金属板 **M** を **AB** 間に挿入したとき

極板の電荷は不変だが，電位差（電圧）は可変

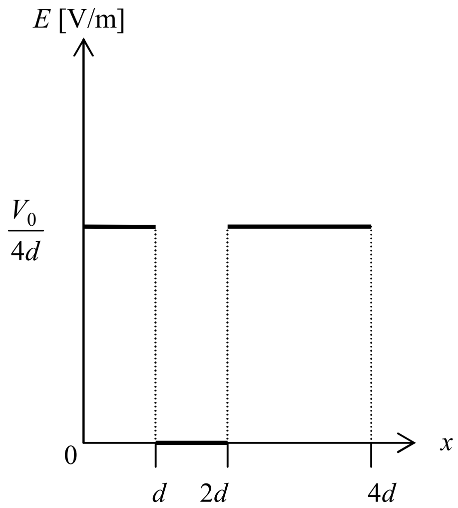


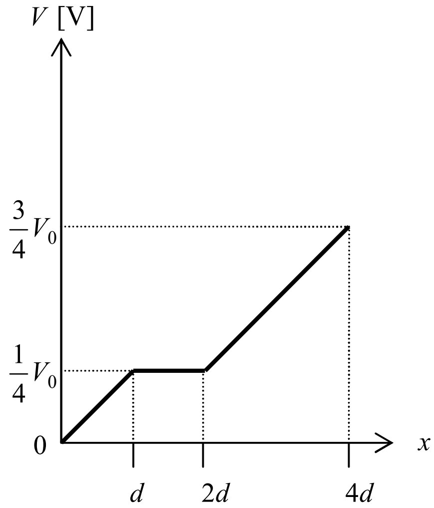
導線が断線状態だから極板上の電荷は移動できず互いにクーロン力で引き合っている。
したがって，(1)で極板に蓄えられた電荷 Q_1 は変化しない。

極板の面積を S，極板間の比誘電率を ε とすると，極板間の電界の強さ $E_1 = \dfrac{Q_1}{\varepsilon \cdot S}$ であり，

電荷 Q_1 が変化しないから，電界の強さも変化しない。よって，電界の強さ $E = E_1 = \dfrac{V_0}{4d}$

ここに金属板（導体）M を入れると，金属板 M の電荷は静電誘導を受け，
金属板 M の A 側の表面は $-Q_1$ に，B 側の表面は $+Q_1$ に帯電する。
金属板は導体だから，金属板全体は等電位で，その内部の電界は 0 であることに注意。

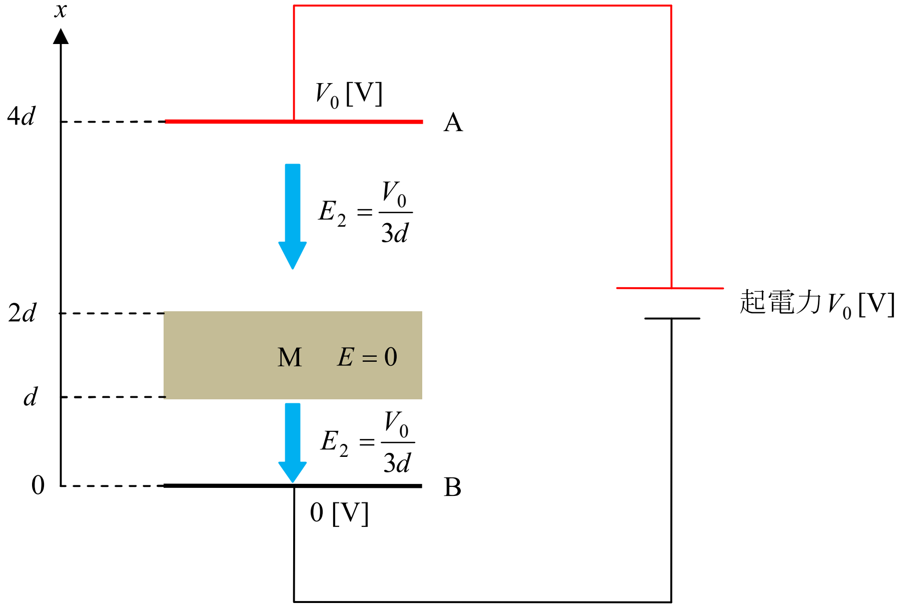




(3)

スイッチ **S** を閉じて十分時間がたったとき，**2** 回目の充電が完了したとき

極板上の電荷は可変，極板間の電位差は常に電池の起電力と等しい



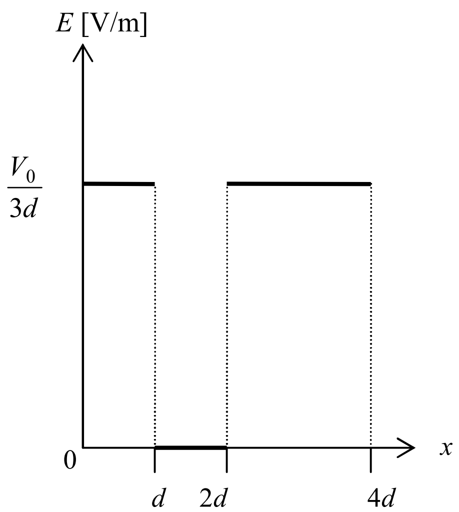
(2)の極板上の電荷が，極板間の電位差が電池の起電力 V_0 と等しくなるまで，導線を通って移動する。つまり，コンデンサーの 2 回目の充電が起こる。

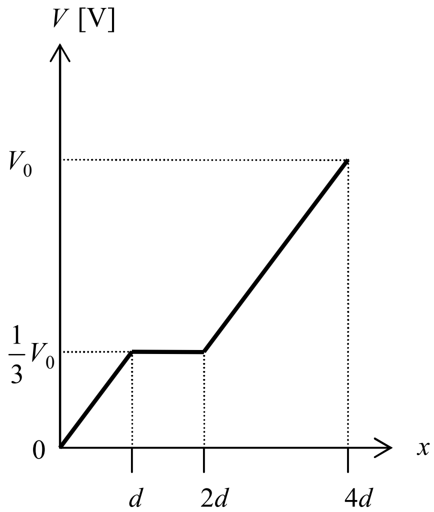
電荷が移動しなくなったときの電界の強さを E_2 とすると，

極板間の電位差（電圧）は電池の起電力と等しいから，

$V_0 = V_{\mathrm{BM}} + V_{\mathrm{MA}} = E_2 d + E_2 \cdot 2d = 3E_2 d$ より，　$E_2 = \dfrac{V_0}{3d}$

金属板は導体だから，金属板全体は等電位で，その内部の電界は 0 であることに注意。





極板の面積をS，極板間の誘電率をεとすると，

最初の状態（極板間隔＝$4d$）の電気容量$C=\dfrac{\varepsilon\cdot S}{4d}$

BM 間の間隔はdだから，BM 間の電気容量＝$\dfrac{\varepsilon\cdot S}{d}=4C$

これと BM 間の電圧＝$\dfrac{1}{3}V_0$より，

2 回目の充電で B に蓄えられた電荷を$-Q_2$とすると，$-Q_2=-4C\times\dfrac{1}{3}V_0=-\dfrac{4}{3}CV_0$

よって，B の電荷の変化$\Delta Q=-Q_2-\left(-Q_1\right)=-\dfrac{4}{3}CV_0-\left(-CV_0\right)=-\dfrac{1}{3}CV_0$

これは，正電荷が B から A に$\dfrac{1}{3}CV_0$移動したことと同じだから，

$\dfrac{1}{3}CV_0$の正の電気量が S を左向きに移動した。　・・・(答)

補足 1

A の電荷$+Q_2=+\dfrac{4}{3}CV_0$と B の電荷$-Q_2=\dfrac{4}{3}CV_0$の静電誘導により，

M の A 側表面の電荷$-Q_2=-\dfrac{4}{3}CV_0$

M の B 側表面の電荷$+Q_2=+\dfrac{4}{3}CV_0$

補足 2

極板間隔がxのときの極板間の電界の強さと電位差をそれぞれE_x，V_xとすると，

$$E_x=\frac{Q}{\varepsilon\cdot S}\Leftrightarrow Ex=\frac{Q}{\varepsilon\cdot S}x\Leftrightarrow Q=\frac{\varepsilon\cdot S}{x}Ex\Leftrightarrow Q=\frac{\varepsilon\cdot S}{x}V_x\Leftrightarrow Q=CV_x$$

補足 3

金属 M を A あるいは B と接触させ，極板間隔$3d$のコンデンサーとして扱ってもよい。

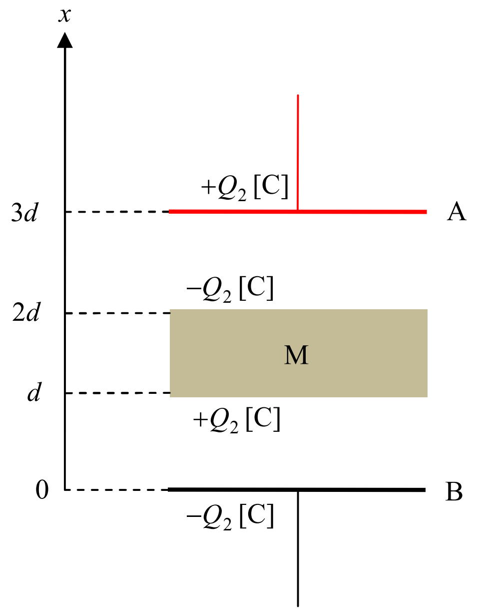
すると，電気容量$\dfrac{\varepsilon\cdot S}{3d}=\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{\varepsilon\cdot S}{4d}=\dfrac{4}{3}C$のコンデンサーに電圧$V_0$をかけた状態より，

$$Q_2=\frac{4}{3}CV_0$$

(4)

S を再び開いたとき

極板の電荷は不変だが，電位差（電圧）は可変



AM 間の電位差と BM 間の電位差が等しくなる。

(3)より，BM 間の電位差$=\dfrac{1}{3}V_0$

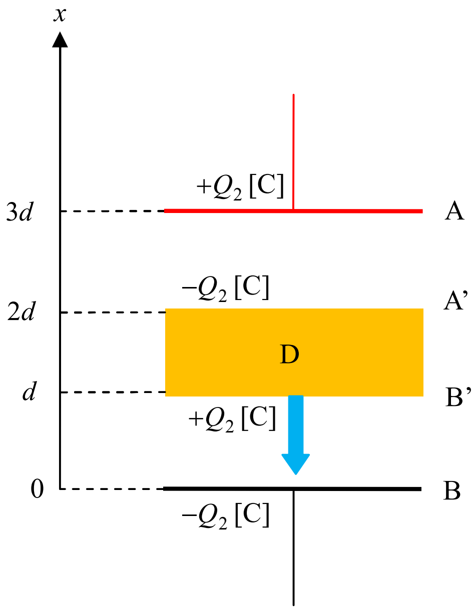
また，金属板 M は導体だから等電位

よって，AB 間の電位差$=\dfrac{1}{3}V_0+0+\dfrac{1}{3}V_0=\dfrac{2}{3}V_0$

S を開いた状態で金属板 **M** と誘電体 **D** を交換したとき

極板の電荷は不変だが，電位差（電圧）は可変

また，誘電体はその内部の電界が **0** でないから等電位ではない。



BB'間について

$$Q_2 = 4CV_{\mathrm{BB'}},\quad Q_2 = \frac{4}{3}CV_0 \text{ より，}\quad V_{\mathrm{BB'}} = \frac{1}{3}V_0 \qquad \therefore E_{\mathrm{B'B}} = \frac{V_{\mathrm{BB'}}}{d} = \frac{V_0}{3d}$$

B'A'間について

空気の比誘電率を 1 とするから，B'A'間の誘電率を ε'，電気容量を C' とすると，

真空の誘電率を ε_0，誘電体 D の誘電率を ε'，誘電体 D の比誘電率を ε_r' とすると，

$$\varepsilon_r' = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0} = 2 \qquad \therefore \varepsilon' = 2\varepsilon_0$$

空気の比誘電率を ε_r とすると，$\varepsilon_r = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 \qquad \therefore \varepsilon = \varepsilon_0$

$$\frac{C'}{C} = \frac{\dfrac{\varepsilon' \cdot S}{d}}{\dfrac{\varepsilon \cdot S}{4d}} = 4 \cdot \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = 4 \cdot \frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 8 \qquad \therefore C' = 8C$$

$$\therefore Q_2 = 8C \cdot V_{\mathrm{B'A'}}$$

これと $Q_2 = \dfrac{4}{3}CV_0$ より，$V_{\mathrm{B'A'}} = \dfrac{1}{6}V_0 \qquad \therefore E_{\mathrm{A'B'}} = \dfrac{V_{\mathrm{B'A'}}}{d} = \dfrac{V_0}{6d}$

A'A 間について

$Q_2 = 4CV_{\mathrm{A'A}}$，$Q_2 = \dfrac{4}{3}CV_0$ より，$V_{\mathrm{A'A}} = \dfrac{1}{3}V_0$　　$\therefore E_{\mathrm{AA'}} = \dfrac{V_{\mathrm{A'A}}}{d} = \dfrac{V_0}{3d}$