

18 コンデンサー

(1)

コンデンサーの直列回路だから、 C_1 の電気量 = C_2 の電気量

よって、 C_1 の電圧を V_1 、 C_2 の電圧を V_2 とすると、 $CV_1 = 2CV_2 \therefore V_1 = 2V_2$

また、キルヒホッフの第2法則より、 $V_0 = V_1 + V_2$

よって、 $V_0 = V_1 + \frac{1}{2}V_1 \therefore V_1 = \frac{2}{3}V_0 \dots$ (答)

C_1 の電気量 = $CV_1 = \frac{2}{3}CV_0 \dots$ (答)

(3)

電池の仕事が静電エネルギー (位置エネルギー) とジュール熱 (熱エネルギー) になる。

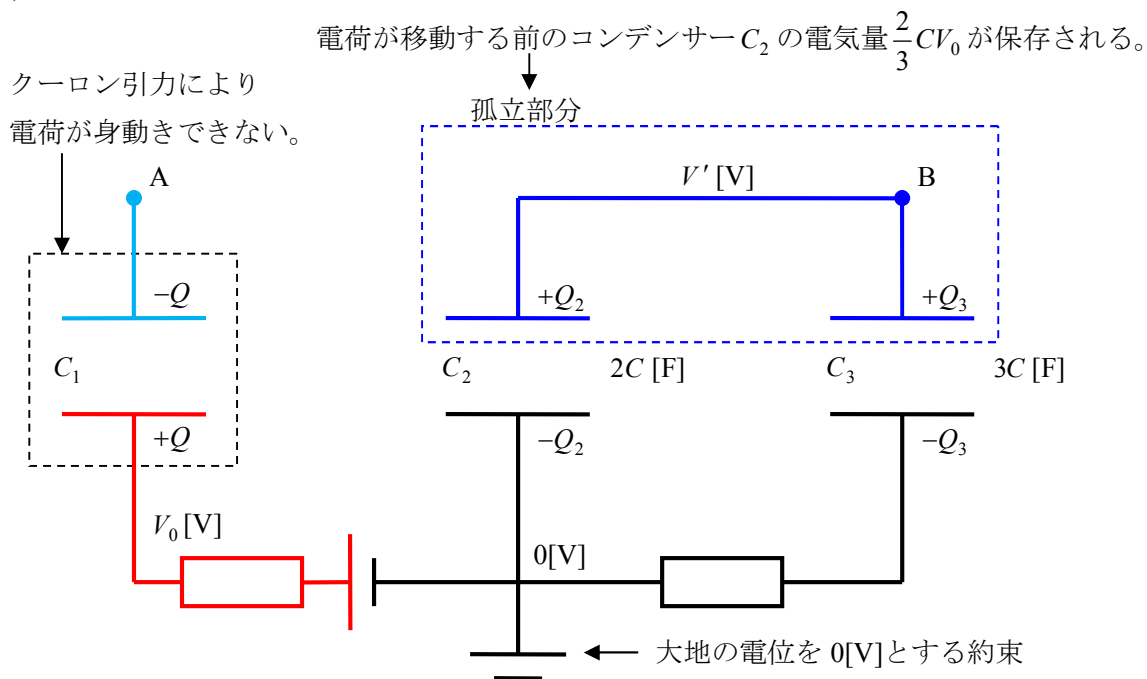
電池は起電力 V_0 で電荷 $Q = \frac{2}{3}CV_0$ の静電エネルギーを $QV_0 = \frac{2}{3}CV_0^2$ 上げる仕事をし、

この位置エネルギーが、電荷の移動により抵抗に発生するジュール熱 H と電荷移動後のコンデンサーに蓄えられる静電エネルギー $\frac{1}{3}CV_0^2$ に変化する。

よって、 $\frac{2}{3}CV_0^2 = \frac{1}{3}CV_0^2 + H$

$\therefore H = \frac{1}{3}CV_0^2 \dots$ (答)

(4)



点 A の電位

コンデンサー C_1 の電荷は、極板間のクーロン力による引力により、保存される。

よって、極板間の電圧は $V_1 = \frac{2}{3}V_0$ のままである。

よって、点 A の電位 $= V_0 - V_1 = V_0 - \frac{2}{3}V_0 = \frac{1}{3}V_0$. . . (答)

点 B の電位

大地の電位を 0[V] とする約束のため、アースされている側の導体部の電位は 0[V]

青色破線で囲んだ孤立部分の電位、すなわち点 B の電位を V' とすると、

コンデンサーの電圧は V' だから、

孤立部分の電荷は、 $2CV' + 3CV' = 5CV'$

孤立部分から電荷が飛び出すことがないから、孤立部分の電荷は保存される。

よって、孤立部分の電荷は電荷が移動する前のコンデンサー C_2 の電荷 $\frac{2}{3}CV_0$ と等しい。

よって、 $\frac{2}{3}CV_0 = 5CV'$ $\therefore V' = \frac{2}{15}V_0$. . . (答)

(5)

電荷が移動する前のコンデンサー C_2 の静電エネルギー（位置エネルギー）が、

電荷の移動により抵抗に発生するジュール熱 H' と

電荷移動後のコンデンサーに蓄えられる静電エネルギーになる。

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 2C \cdot \left(\frac{1}{3}V_0\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2C \cdot \left(\frac{2}{15}V_0\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3C \cdot \left(\frac{2}{15}V_0\right)^2 + H'$$

$$\therefore H' = \frac{1}{15}CV_0^2 \quad \dots \text{(答)}$$

(6)

S_2 を開くと C_3 の B 側の極板が孤立し、その電荷 $3CV'$ が保存される。

また、その反対側の極板はその静電誘導を受けるから $-3CV'$

よって、コンデンサー C_3 の電荷は $3CV'$ のままである。

極板間隔の半分の厚さをもつ誘電体をさし込んだとき

比誘電率がコンデンサー C_3 と同じ 1 で極板間隔がその半分のコンデンサーと

比誘電率が ϵ_r で極板間隔がコンデンサー C_3 の半分のコンデンサーの直列としてよい。

極板の面積を S 、極板の間隔を d 、極板間の誘電率を ϵ とすると、

コンデンサーの電気容量 C は、 $C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$ で与えられる。

したがって、

比誘電率がコンデンサー C_3 と同じで極板間隔がその半分のコンデンサーの電気容量は、

コンデンサー C_3 の電気容量 $3C$ の 2 倍, すなわち $6C$ である。

よって, このコンデンサー部分の電圧を V'' とすると,

$$3CV' = 6CV'' \quad \therefore V'' = \frac{V'}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

一方, 比誘電率が ϵ_r で極板間隔がコンデンサー C_3 の半分のコンデンサーの電気容量は, 比誘電率が ϵ_r であることから, 誘電率がコンデンサー C_3 の ϵ_r 倍であることと, 極板間隔がその半分であることから, コンデンサー C_3 の電気容量 $3C$ の $2\epsilon_r$ 倍, すなわち $6\epsilon_r C$ 。

よって, このコンデンサー部分の電圧を V''' とすると,

$$3CV' = 6\epsilon_r CV''' \quad \therefore V''' = \frac{V'}{2\epsilon_r} \quad \dots \textcircled{2}$$

電圧の和は, 誘電体を入れる前の $\frac{2}{3}$ 倍だから, $\frac{2}{3}V'$

$$\text{よって, } \textcircled{1} + \textcircled{2} = \frac{2}{3}V'$$

$$\therefore \frac{V'}{2} + \frac{V'}{2\epsilon_r} = \frac{2}{3}V' \quad \therefore \epsilon_r = 3 \quad \dots \text{(答)}$$

