15. 保存則

(1)

「P を支えてゆっくり下げていく」とは

「P に加える外力を F（上向き）とすると，F とばねの弾性力と P の重力がつり合った状態で下げていく」ということ。つまり，$F+kx=mg$ を保った状態で下げていくということ。

ばねがもっとも縮んだとき，$F=0$ となるから，このときの縮みを $x_{\max}$ とすると，

$0+kx_{\max}=mg$ より，$x_{\max}=\dfrac{mg}{k}$

(2)

「P を放す」とは「物体に外力を加えない」ということ。

このとき力のつり合いが保てないので物体は下向きに運動を開始する。

ただし，物体に働く外力は保存力（ばねの弾性力と重力）のみなので，

力学的エネルギーは保存される。

(4)

(ア)

別解：参照：物理小ネタ「運動量保存則と質点の運動エネルギーと重心の運動エネルギー」

衝突前の全運動エネルギーについて

$\dfrac{1}{2}mv_0^{\,2}$　・・・①

ばねが最も縮んだときの全運動エネルギーについて

衝突前の重心の速度 $v_{\mathrm{G}}=\dfrac{mv_0}{m+M}$

ばねが最も縮んだ時，P とばねの速度が等しくなるから，

そのときの重心の速度 $v_{\mathrm{G}}'=\dfrac{mu+Mu}{m+M}(=u)$

運動量保存則より，$mv_0=mu+Mu$

よって，$v_{\mathrm{G}}'(=u)=v_{\mathrm{G}}=\dfrac{mv_0}{m+M}$

質点の全運動エネルギー

＝重心の運動エネルギー＋重心から見た質点の全運動エネルギー

より，$\dfrac{1}{2}(m+M)v_{\mathrm{G}}^{\,2}+\dfrac{1}{2}m(u-v_{\mathrm{G}})^2+\dfrac{1}{2}M(u-v_{\mathrm{G}})^2=\dfrac{1}{2}(m+M)\left(\dfrac{mv_0}{m+M}\right)^2+0+0$

よって，$\dfrac{1}{2}\dfrac{m^2}{m+M}v_0^{\,2}$　・・・②

ばねが最も縮んだときの弾性エネルギーについて

d 縮んだとすると，$\frac{1}{2}kd^2$　・・・③

力学的エネルギーが保存されるから，

②＋③＝①より，

$$\frac{1}{2}\frac{m^2}{m+M}{v_0}^2+\frac{1}{2}kd^2=\frac{1}{2}m{v_0}^2$$

$$\therefore kd^2={v_0}^2\left(m-\frac{m^2}{m+M}\right)$$

$$\therefore d=v_0\sqrt{\frac{mM}{k(m+M)}}$$

補足

静止を含め等速度運動している系を慣性系，加速度運動している系を非慣性系という。
非慣性系では，慣性力という見かけの力が働くが，これは等価原理により，重力と同等の力として扱うことができる。
したがって，慣性力の向きと大きさが明らかならば，これを実在の力と同等に扱うことにより，非慣性系においても保存則の式を立てることが可能になる。

等価原理

地表の静止観測者が見れば，自由落下中の系は重力加速度を受けているので非慣性系であるが，自由落下中の系の静止観測者が見れば，重力のみ受けて運動している物体は静止状態を含め全て等速直線運動しているから慣性系であり，自分は静止していると認識しているので，地表こそが重力を慣性力とする非慣性系ということになる。
つまり，重力と慣性力の区別がなくなってしまう。
このように重力の効果と慣性力の効果を同等とする仮定を等価原理という。
たとえば，無重力の宇宙空間で加速度運動するロケット内に生じる慣性力は，
等価原理により，重力と同等と見なすことができる。