

32. 単振動

(3)

A と B が離れるまで、A と B を一体として扱い、その加速度を a_0 とすると、
運動方程式は、 $4ma_0 = -kx$ となる。

したがって、この運動方程式は単振動運動を表し、その周期を T とすると、 $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$

動き始めてから離れるまでの時間は $\frac{1}{4}T$ だから、

$$t_0 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \dots \text{(答)}$$

(4)

$0 \leq t \leq t_0 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ のとき

振幅 d 、角振動数 $\frac{2\pi}{T} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ の単振動だから、初期位相を φ とすると、

$$x = d \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right)$$

$t = 0$ のとき $x = -d$ 、 $t = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ のとき $x = 0$ だから、

$$-d = d \sin \varphi, \quad 0 = d \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = d \cos \varphi \text{ より, } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{よって, } x = d \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{\pi}{2}\right) = -d \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

$t_0 \leq t$ のとき

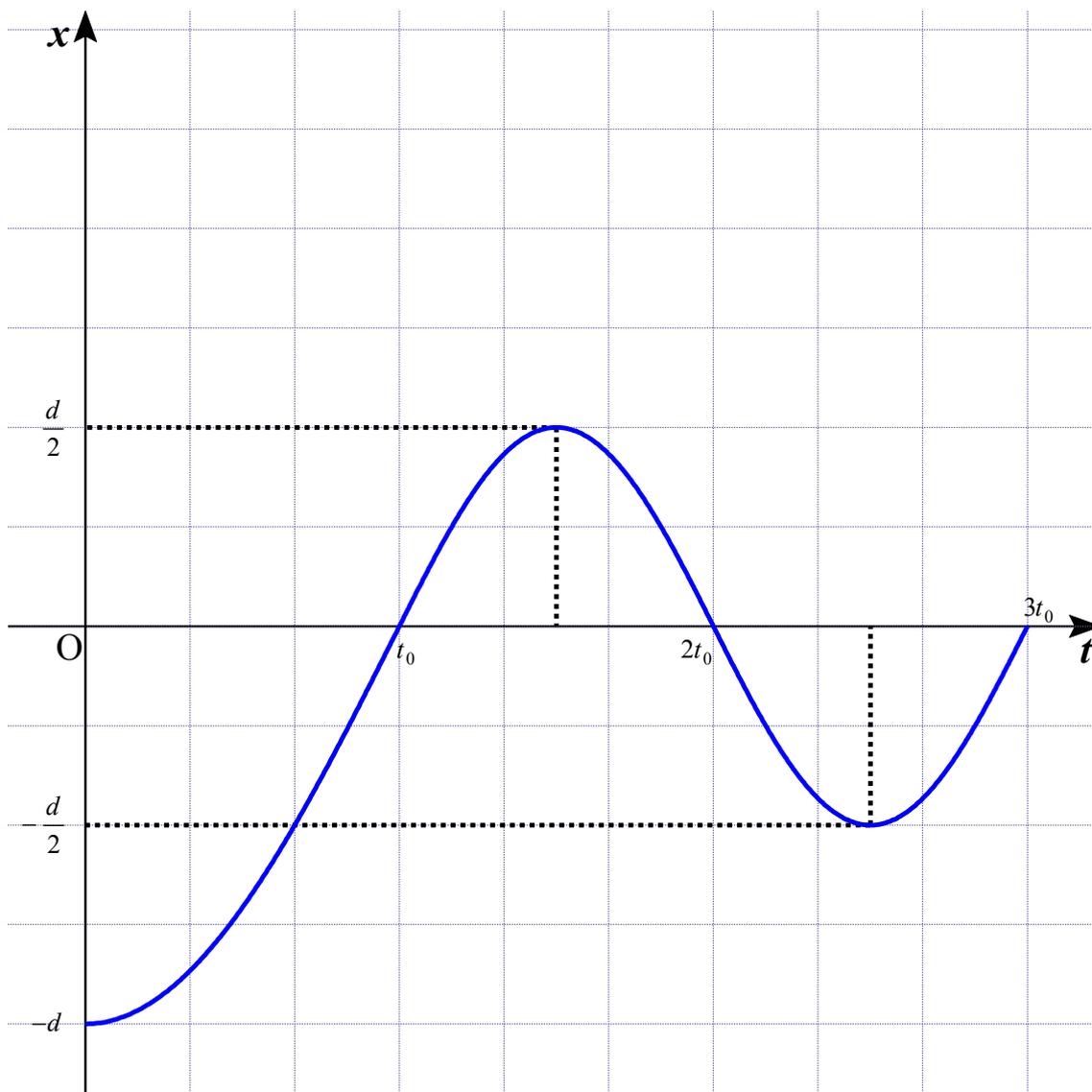
A の角振動数を ω' 、振幅を A 、初期位相を φ' とすると、 $x = A \sin\{\omega'(t - t_0) + \varphi'\}$

$t = t_0$ のとき振動中心 $x = 0$ に位置し、そこから正方向に単振動するから、 $\varphi' = 0$

A の加速度を a とすると、A の運動方程式は $ma = -kx$ だから、 $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m}}$

また、力学的エネルギー保存則より、 $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad \therefore A = u\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{d}{2}$

$$\text{よって, } x = \frac{d}{2} \sin\left\{\sqrt{\frac{k}{m}}(t - t_0)\right\} = \frac{d}{2} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \pi\right) = -\frac{d}{2} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$



(5)

$$x = -\frac{d}{2} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) \text{ より, } v_A = \frac{dx}{dt} = -\frac{d}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

