1. 静電気

(2)

電位の定義

電場内に置かれた単位電荷（+1C の電荷）がもつ静電気力の位置エネルギー

A 点の $+Q$ [C]がつくる電場の電位（電場内の単位電荷の静電気力の位置エネルギー）を V_A

B 点の $-Q$ [C]がつくる電場の電位（電場内の単位電荷の静電気力の位置エネルギー）を V_B

とすると，点電荷がつくる電場の電位を，無限遠を 0V とすると，

$$V = k \times \frac{点電荷の電荷}{点電荷と単位電荷の距離}$$

O 点の電位

$$V_A + V_B = k\frac{+Q}{l} + k\frac{-Q}{l} = 0 \quad \therefore 0 \quad ・・・(答)$$

M 点の電位

$$V_A + V_B = k\frac{+Q}{\frac{3}{2}l} + k\frac{-Q}{\frac{l}{2}} = -\frac{4kQ}{3l} \quad \therefore -\frac{4kQ}{3l} \quad ・・・(答)$$

補足

直線 OC は線分 AB の垂直二等分線だから直線 OC 上の点は A，B から等距離にある。

よって，その距離を r とすると，$V_A + V_B = k\frac{+Q}{r} + k\frac{-Q}{r} = 0$

(3)

M 点で放した P が O 点を通ることから，A,B,C で定められる平面は水平である。

P が O 点を通るときの速さを v とすると，

P の静電気力の位置エネルギー（P の電荷×電位）＋P の運動エネルギー＝一定　より，

$$\frac{1}{2}\cdot 0^2 + (-q)\cdot\left(-\frac{4kQ}{3l}\right) = \frac{1}{2}mv^2 + (-q)\cdot 0 \quad \therefore v = 2\sqrt{\frac{2kqQ}{3ml}} \quad ・・・(答)$$

解説

電位とは電場内の単位電荷（+1 C の電荷）がもつ静電気力の位置エネルギーである。

よって，q [C]の電荷が電位 V の位置でもつ静電気力の位置エネルギーは qV であり，

保存力が静電気力のみのとき，次の力学的エネルギー保存則が成り立つ。

静電気力の位置エネルギー＋運動エネルギー＝一定

(4)

(1)より，点電荷 A,B は右向きで強さが $\frac{2kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ の電場をつくる。

そこで，右向きを正とすると，

P が点電荷 A,B がつくる電場から受ける静電気力は $-q\cdot\dfrac{2kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

線分 AB に平行かつ一様な電場を E とすると, P はその電場から $-qE$ の静電気力を受ける。

これら 2 つの静電気力の合力は，条件より，$\dfrac{1}{2}\cdot q\cdot\dfrac{2kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ だから，

$$-q\cdot\frac{2kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}+(-q)\cdot E=\frac{1}{2}\cdot q\cdot\frac{2kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}\qquad\therefore E=-\frac{3kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

よって，線分 AB に平行かつ一様な電場は，左向きで，その強さは $\dfrac{3kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ ・・・(答)

(5)

P に対し外力がした仕事＝P が受ける静電気力の位置エネルギー変化

点電荷 A,B がつくる電界により P が受ける静電気力の位置エネルギー変化

$$\left(-q\cdot k\frac{Q}{\frac{3}{2}l}+(-q)\cdot k\frac{-Q}{\frac{l}{2}}\right)-\left(-q\cdot k\frac{Q}{\sqrt{l^2+L^2}}+(-q)\cdot k\frac{-Q}{\sqrt{l^2+L^2}}\right)=\frac{4kQ}{3l}\qquad\cdot\cdot\cdot ①$$

一様な電界により P が受ける静電気力の位置エネルギー変化

線分 AB に平行かつ一様な電場は，左向きで，その強さは $\dfrac{3kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ だから，

直線 OC を 0V とすると，M の電位は $\dfrac{l}{2}\cdot\dfrac{3kQl}{\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{3kQl^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

よって，P が受ける静電気力の位置エネルギー変化は

$$-q\cdot\frac{3kQl^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}-(-q)\cdot 0=-\frac{3kqQl^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}\qquad\cdot\cdot\cdot ②$$

①，②より　外力のした仕事，すなわち P が受ける静電気力の位置エネルギー変化は

$$\frac{4kqQ}{3l}+\left(-\frac{3kqQl^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)=kqQ\left(\frac{4}{3l}-\frac{3l^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\qquad\cdot\cdot\cdot(答)$$

(6)

力学的エネルギー保存則より，M 点の力学的エネルギー＝O 点の力学的エネルギー

O 点の静電気力の位置エネルギーを 0 とすると，

M 点の静電気力の位置エネルギーは，(5)より，$kqQ\left(\frac{4}{3l}-\frac{3l^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

運動エネルギーはいずれも 0

よって，$\frac{1}{2}m\cdot 0^2+kqQ\left(\frac{4}{3l}-\frac{3l^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)=\frac{1}{2}m\cdot 0^2+0$ より，$\frac{4}{3l}=\frac{3l^2}{2\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

$$8\left(l^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}=9l^3 \Leftrightarrow 8^{\frac{2}{3}}\left(l^2+L^2\right)=9^{\frac{2}{3}}l^2$$

$$\Leftrightarrow 4\left(l^2+L^2\right)=3^{\frac{4}{3}}l^2$$

$$\Leftrightarrow L^2=\frac{l^2}{4}\left(3^{\frac{4}{3}}-4\right)$$

$\therefore L=\frac{l}{2}\sqrt{3^{\frac{4}{3}}-4}$ ・・・(答)