

## 6 コンデンサー

### 手際よく問題を解くためのコツ

情報を（電気量，電気容量，電位差，電界，極板間隔）と成分表示して進める。

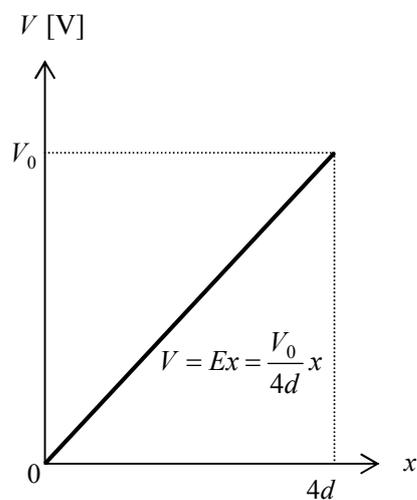
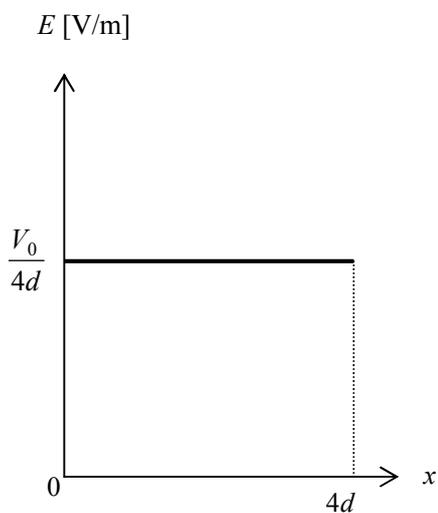
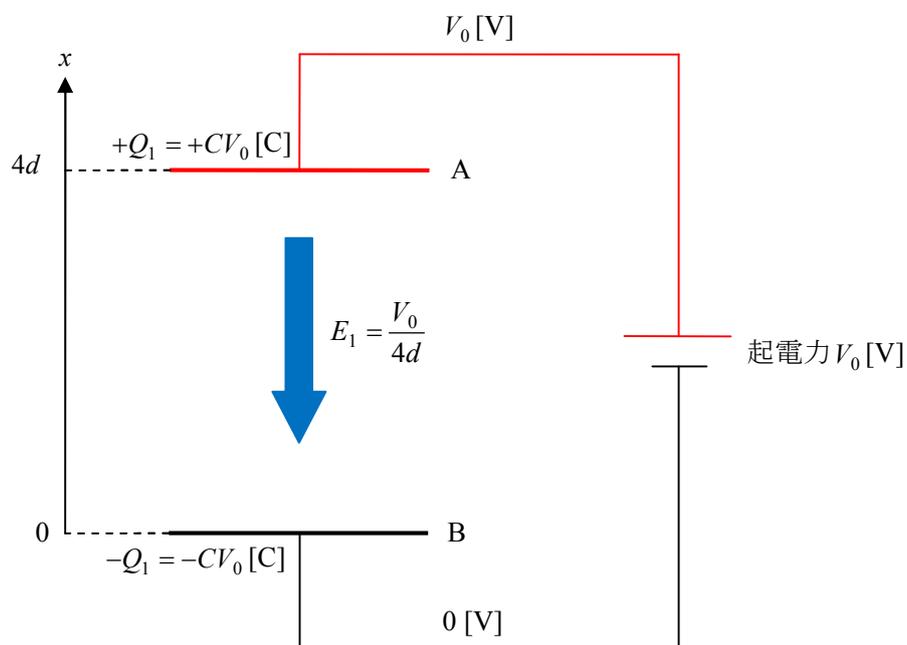
これは熱力学第一法則の問題でも有効である。（尚，この解説では，それをしていない。）

(1)

電池の負極の電位を 0[V]，M がなくとき（極板間隔 =  $4d$ ）の電気容量を  $C$  とする。

スイッチ  $S$  を閉じて充電してから  $S$  を開いたとき

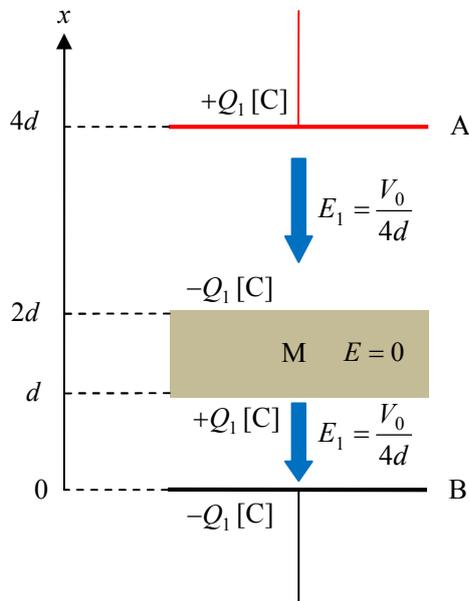
極板間の電位差（電圧）と電池の起電力が等しい



(2)

スイッチ S を開いたまま、金属板 M を AB 間に挿入したとき

極板の電荷は不変だが、電位差（電圧）は可変



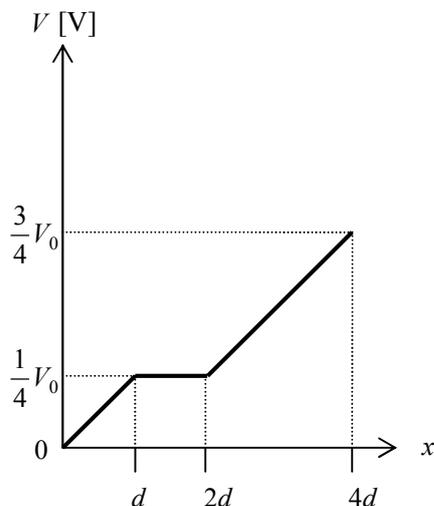
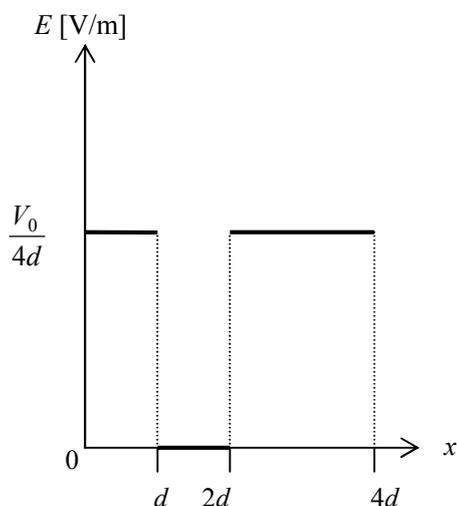
導線が断線状態だから極板上の電荷は移動できず互いにクーロン力で引き合っている。したがって、(1)で極板に蓄えられた電荷  $Q_1$  は変化しない。

極板の面積を  $S$ 、極板間の比誘電率を  $\epsilon$  とすると、極板間の電界の強さ  $E_1 = \frac{Q_1}{\epsilon \cdot S}$  であり、

電荷  $Q_1$  が変化しないから、電界の強さも変化しない。よって、電界の強さ  $E = E_1 = \frac{V_0}{4d}$

ここに金属板（導体）M を入れると、金属板 M の電荷は静電誘導を受け、金属板 M の A 側の表面は  $-Q_1$  に、B 側の表面は  $+Q_1$  に帯電する。

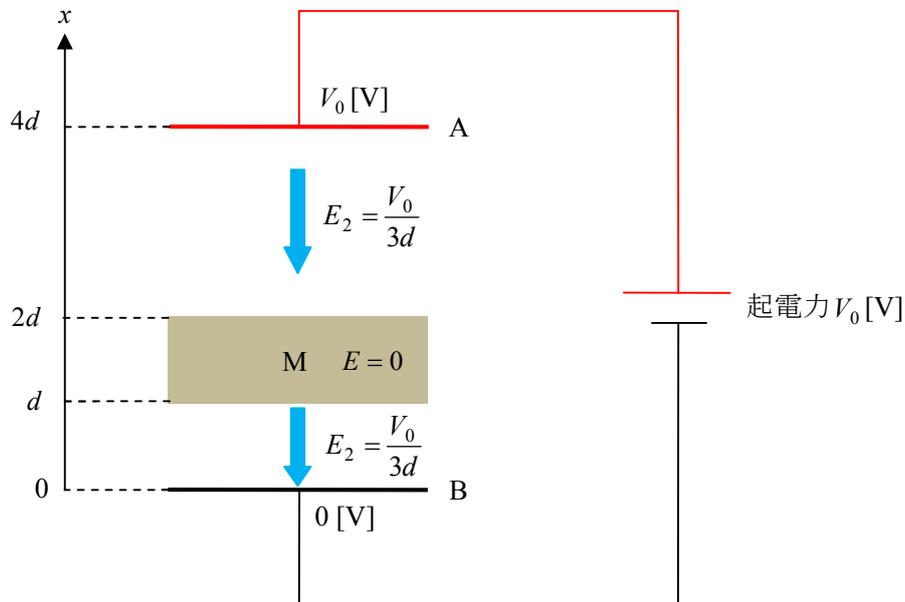
金属板は導体だから、金属板全体は等電位で、その内部の電界は 0 であることに注意。



(3)

スイッチ S を閉じて十分時間がたったとき、2 回目の充電が完了したとき

極板上の電荷は可変、極板間の電位差は電池の起電力と等しいまま不変



(2)の極板上の電荷が、極板間の電位差が電池の起電力 $V_0$ と等しくなるまで、導線を通して移動する。つまり、コンデンサーの2回目の充電が起こる。

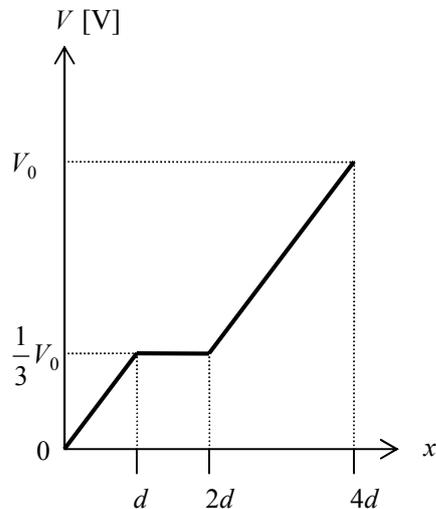
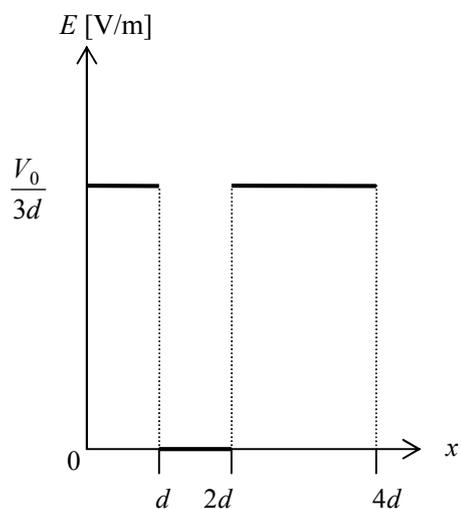
電荷が移動しなくなったときの電界の強さを $E_2$ とすると、

極板間の電位差（電圧）は電池の起電力と等しいから、電界の強さを $E_2$ とすると、

$$V_0 = V_{BM} + V_{MA} = E_2 d + E_2 \cdot 2d = 3E_2 d$$

より、 $E_2 = \frac{V_0}{3d}$

金属板は導体だから、金属板全体は等電位で、その内部の電界は0であることに注意。



極板の面積を  $S$ ，極板間の誘電率を  $\varepsilon$  とすると，

$$\text{最初の状態（極板間隔} = 4d \text{）の電気容量 } C = \frac{\varepsilon \cdot S}{4d}$$

$$\text{BM 間の間隔は } d \text{ だから，BM 間の電気容量} = \frac{\varepsilon \cdot S}{d} = 4C$$

これと BM 間の電圧  $= \frac{1}{3}V_0$  より，

$$2 \text{ 回目の充電で B に蓄えられた電荷を } -Q_2 \text{ とすると， } -Q_2 = -4C \times \frac{1}{3}V_0 = -\frac{4}{3}CV_0$$

$$\text{よって，B の電荷の変化 } \Delta Q = -Q_2 - (-Q_1) = -\frac{4}{3}CV_0 - (-CV_0) = -\frac{1}{3}CV_0$$

これは，正電荷が B から A に  $\frac{1}{3}CV_0$  移動したことに同じだから，

$\frac{1}{3}CV_0$  の正の電荷量が S を左向きに移動した。・・・(答)

#### 補足 1

A の電荷  $+Q_2 = +\frac{4}{3}CV_0$  と B の電荷  $-Q_2 = -\frac{4}{3}CV_0$  の静電誘導により，

$$\text{M の A 側表面の電荷 } -Q_2 = -\frac{4}{3}CV_0$$

$$\text{M の B 側表面の電荷 } +Q_2 = +\frac{4}{3}CV_0$$

#### 補足 2

極板間隔が  $x$  のときの極板間の電界の強さと電位差をそれぞれ  $E_x$ ， $V_x$  とすると，

$$E_x = \frac{Q}{\varepsilon \cdot S} \Leftrightarrow Ex = \frac{Q}{\varepsilon \cdot S} x \Leftrightarrow Q = \frac{\varepsilon \cdot S}{x} Ex \Leftrightarrow Q = \frac{\varepsilon \cdot S}{x} V_x \Leftrightarrow Q = CV_x$$

#### 補足 3

金属 M を A あるいは B と接触させ，極板間隔  $3d$  のコンデンサーとして扱ってもよい。

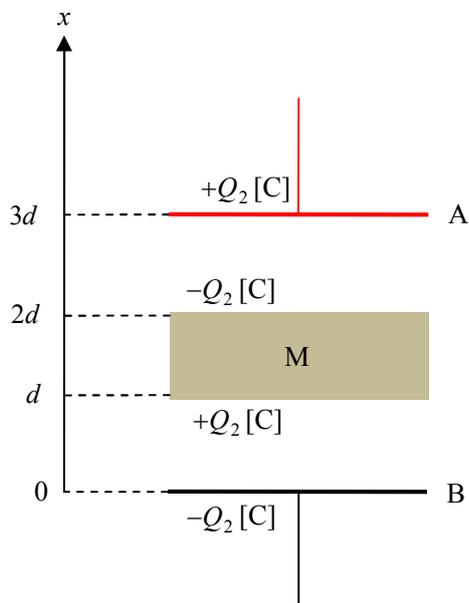
すると，電気容量  $\frac{\varepsilon \cdot S}{3d} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\varepsilon \cdot S}{4d} = \frac{4}{3}C$  のコンデンサーに電圧  $V_0$  をかけた状態より，

$$Q_2 = \frac{4}{3}CV_0$$

(4)

S を再び開いたとき

極板の電荷は不変だが、電位差（電圧）は可変



$$E_1 = \frac{V_0}{4d}$$

$$E_1 = \frac{V_0}{4d}$$

AM 間の電位差と BM 間の電位差が等しくなる。

(3)より、BM 間の電位差 =  $\frac{1}{3}V_0$

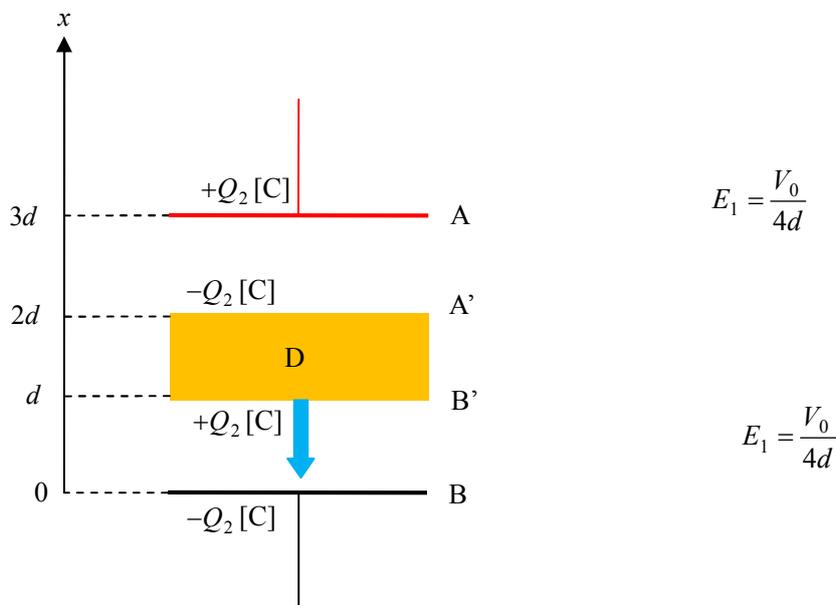
また、金属板 M は導体だから等電位

よって、AB 間の電位差 =  $\frac{1}{3}V_0 + 0 + \frac{1}{3}V_0 = \frac{2}{3}V_0$

Sを開いた状態で金属板 M と誘電体 D を交換したとき

極板の電荷は不変だが、電位差（電圧）は可変

また、誘電体はその内部の電界が 0 でないから等電位ではない。



BB'間について

$$Q_2 = 4CV_{BB'}, \quad Q_2 = \frac{4}{3}CV_0 \text{ より, } V_{BB'} = \frac{1}{3}V_0 \quad \therefore E_{B'B} = \frac{V_{BB'}}{d} = \frac{V_0}{3d}$$

B'A'間について

空気の比誘電率を 1 とするから、B'A'間の誘電率を  $\epsilon'$ 、電気容量を  $C'$  とすると、  
真空の誘電率を  $\epsilon_0$ 、誘電体 D の誘電率を  $\epsilon'$ 、誘電体 D の比誘電率を  $\epsilon_r'$  とすると、

$$\epsilon_r' = \frac{\epsilon'}{\epsilon_0} = 2 \quad \therefore \epsilon' = 2\epsilon_0$$

$$\text{空気の比誘電率を } \epsilon_r \text{ とすると, } \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 \quad \therefore \epsilon = \epsilon_0$$

$$\frac{C'}{C} = \frac{\frac{\epsilon' \cdot S}{d}}{\frac{\epsilon \cdot S}{4d}} = 4 \cdot \frac{\epsilon'}{\epsilon} = 4 \cdot \frac{2\epsilon_0}{\epsilon_0} = 8 \quad \therefore C' = 8C$$

$$\therefore Q_2 = 8C \cdot V_{B'A'}$$

$$\text{これと } Q_2 = \frac{4}{3}CV_0 \text{ より, } V_{B'A'} = \frac{1}{6}V_0 \quad \therefore E_{A'B'} = \frac{V_{B'A'}}{d} = \frac{V_0}{6d}$$

A'A 間について

$$Q_2 = 4CV_{A'A}, \quad Q_2 = \frac{4}{3}CV_0 \text{ より, } V_{A'A} = \frac{1}{3}V_0 \quad \therefore E_{AA'} = \frac{V_{A'A}}{d} = \frac{V_0}{3d}$$

