

7 コンデンサー

I

(1)

大きさ F の外力は静電気力（保存力）と大きさが同じで向きが逆だから、
保存力のした仕事と外力のした仕事は正負が逆の関係になる。

よって、「移動前の位置エネルギー－保存力がした仕事＝移動後の位置エネルギー」

より、「移動前の静電エネルギー＋大きさ F の外力のした仕事＝移動後の静電エネルギー」

また、外力の向きと移動の向きが同じだから、外力のした仕事は $F\Delta d$

よって、

$$\frac{1}{2}QV + F\Delta d = \frac{1}{2}Q(V + \Delta V)$$

$$\therefore F = \frac{Q\Delta V}{2\Delta d} \quad \dots \textcircled{1}$$

移動前のコンデンサーの電気容量 $= \frac{\epsilon_0 S}{d}$ より、 $Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} V$

$$\therefore V = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d \quad \dots \textcircled{2}$$

移動後のコンデンサーの電気容量 $= \frac{\epsilon_0 S}{d + \Delta d}$ より、 $Q = \frac{\epsilon_0 S}{d + \Delta d} (V + \Delta V)$

$$\therefore V + \Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 S} (d + \Delta d) \quad \dots \textcircled{3}$$

③－②より、

$$\Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \Delta d \quad \dots \textcircled{4}$$

④を①に代入することにより、

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \quad \dots \text{(答)}$$

$$\textcircled{2} \text{より、} Q^2 = \left(\frac{\epsilon_0 S}{d}\right)^2 V^2$$

これと $F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$ より、

$$F = \frac{\epsilon_0 S}{2d^2} V^2 \quad \dots \text{(答)}$$

II

(2)

電圧計の読みが 0 のとき

板 B に働く力のつり合い

$$\text{ばね定数を } k \text{ とすると, } mg = k(l_0 - 0.99l_0) \quad \therefore k = \frac{100mg}{l_0} \quad \dots \textcircled{5}$$

電圧計の読みが V_0 のとき

板 B のに働く力のつり合い

板 B が板 A から受ける静電気力を F_0 とすると, ばねは自然長だから,
 F_0 と重力 mg がつり合う。

$$\therefore F_0 = mg$$

ここで, (1)の $F = \frac{\epsilon_0 S}{2d^2} V^2$, ばねの長さ + AB 間の距離 = $0.99l_0 + 1.01l_0 = 2.00l_0$ より,

$$F_0 = \frac{\epsilon_0 S}{2(2.00l_0 - l_0)^2} V_0^2 = \frac{\epsilon_0 S}{2l_0^2} V_0^2$$

$$\text{よって, } mg = \frac{\epsilon_0 S}{2l_0^2} V_0^2 \quad \dots \textcircled{6}$$

電圧計の読みが V_1 のとき

板 A に働く力のつり合い

導線は $5mg$ の力を板 A から受けるから, 作用反作用の法則により,

板 A が導線から受ける張力の大きさは $5mg$

これと板 A に働く重力と板 A が板 B から受ける静電気力のつり合いより,

板 A が板 B から受ける静電気力の大きさを F_1 とすると,

$$F_1 + mg = 5mg \quad \therefore F_1 = 4mg \quad \dots \textcircled{7}$$

ここで, $F_1 = \frac{\epsilon_0 S}{2(2.00l_0 - l_1)^2} V_1^2$ より,

$$\frac{\epsilon_0 S}{2(2.00l_0 - l_1)^2} V_1^2 = 4mg \quad \dots \textcircled{8}$$

板 B に働く力のつり合い

静電気力 F_1 は板 A と板 B の間に働く作用反作用の力だから,

板 B が板 A から受ける静電気力の大きさも F_1

これと板 B に働く重力, 弾性力のつり合いより, $F_1 = k(l_1 - l_0) + mg$

$$\text{よって, } \textcircled{5}, \textcircled{7} \text{ より, } 4mg = \frac{100mg}{l_0} (l_1 - l_0) + mg$$

$$\therefore l_1 = 1.03l_0 \quad \dots \text{(答)}$$

⑥, ⑧より,

$$\frac{\varepsilon_0 S}{2(2.00l_0 - l_1)^2} V_1^2 = \frac{2\varepsilon_0 S}{l_0^2} V_0^2$$

$$\therefore V_1^2 = \frac{4(2.00l_0 - l_1)^2}{l_0^2} V_0^2$$

$$\therefore V_1 = \frac{2(2.00l_0 - l_1)}{l_0} V_0$$

$l_1 = 1.03l_0$ より,

$$V_1 = 1.94V_0 \quad \dots \text{(答)}$$

(3)

電圧計の読みが V_1 のとき板 A に蓄えられた電荷 Q は導線が切れることにより孤立する。

その結果, 板 A の電荷 Q は保存される。

$$\text{これと(1)より, } F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

よって, 板 A と板 B の間の静電気力は導線が切れても変化しない。

よって, 板 B に働く力のつり合いも電圧計の読みが V_1 のときと同じである。

ゆえに, ばねの長さは l_1 のまま, すなわち $1.03l_0$ のままである。