

19 直流回路

(4)

別解 1

$$P = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \text{ より, } P(R+r)^2 = RE^2$$

これを R について整理すると,

$$R \text{ の 2 次方程式 } PR^2 + (2rP - E^2)R + r^2P = 0 \text{ が得られる。}$$

判別式を D とすると, R は実数だから, $D \geq 0$

これと

$$D = (2rP - E^2)^2 - 4r^2P^2 = E^2(E^2 - 4rP)$$

$$\text{より, } E^2 - 4rP \geq 0$$

$$\text{よって, } P \leq \frac{E^2}{4r}$$

これより, P の最大値は $\frac{E^2}{4r}$ [W] であり,

$$\frac{E^2}{4r} = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \text{ より, } (R-r)^2 = 0 \quad \therefore R = r$$

別解 2

$$P = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \text{ より,}$$

$$\frac{1}{P} = \frac{(R+r)^2}{RE^2} = \frac{R^2 + 2rR + r^2}{RE^2} = \frac{R}{E^2} + \frac{2r}{E^2} + \frac{r^2}{RE^2} = \left(\frac{R}{E^2} + \frac{r^2}{RE^2} \right) + \frac{2r}{E^2}$$

ここで, $\frac{R}{E^2} > 0$, $\frac{r^2}{RE^2} > 0$ より,

$$\frac{1}{P} \geq 2\sqrt{\frac{R}{E^2} \cdot \frac{r^2}{RE^2}} + \frac{2r}{E^2} = \frac{4r}{E^2}$$

$$\therefore P \leq \frac{E^2}{4r}$$

等号成立は $\frac{R}{E^2} = \frac{r^2}{RE^2}$ のとき, すなわち $R = r$ のとき

以上より,

$R = r$ のとき P は最大値 $\frac{E^2}{4r}$ [W] をとる。