

49. 熱力学

(5)

$PV = nRT$ より, P と T は比例の関係にあるから,
 PV が最大値をとるときの T を T_A で表せばよい。

直線 BC の式は, $P = -\frac{P_0}{V_0}(V - V_0) + 2P_0$ より, $P = -\frac{P_0}{V_0}V + 3P_0$

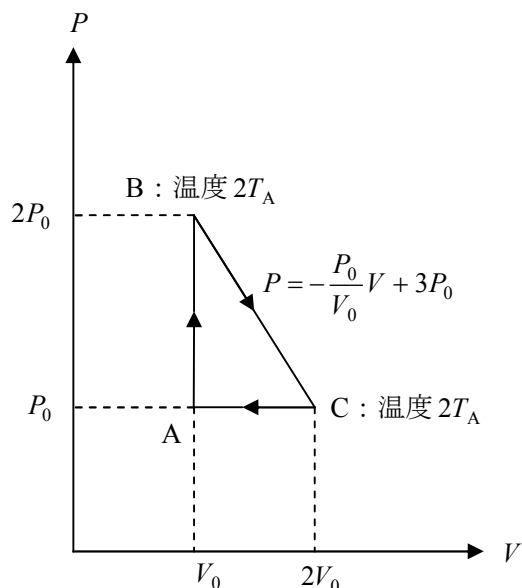
よって,

$$\begin{aligned} PV &= -\frac{P_0}{V_0}V^2 + 3P_0V \\ &= -\frac{P_0}{V_0}(V^2 - 3V_0V) \\ &= -\frac{P_0}{V_0}\left(V - \frac{3V_0}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}P_0V_0 \end{aligned}$$

P_0V_0 のときの温度が T_A だから,

体積が $\frac{3}{2}V_0$ のとき温度は最大値 $\frac{9}{4}T_A$

これと(4)の結果より, 最高温度は $\frac{9}{4}T_A$



(6)

B($2P_0, V_0, T_B$)から(P, V, T) ($V_0 \leq V \leq 2V_0$) になるまで吸収した熱量を Q とすると,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{3}{2}nR(T - T_B) + W \\ &= \frac{3}{2}(nRT - nRT_B) + \frac{1}{2}(2P_0 + P)(V - V_0) \\ &= \frac{3}{2}(PV - 2P_0V_0) + \frac{1}{2}(2P_0V - 2P_0V_0 + PV - PV_0) \\ &= \frac{1}{2}(4PV - 8P_0V_0 + 2P_0V - PV_0) \end{aligned}$$

ここで, $P = -\frac{P_0}{V_0}V + 3P_0$ より,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2}(4PV - 8P_0V_0 + 2P_0V - PV_0) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 4 \left(3P_0 - \frac{P_0}{V_0}V \right) V - 8P_0V_0 + 2P_0V - \left(3P_0 - \frac{P_0}{V_0}V \right) V_0 \right\} \\ &= \frac{P_0}{2} \left(-\frac{4}{V_0}V^2 + 15V - 11V_0 \right) \\ &= \frac{P_0}{2V_0} \left(-4V^2 + 15V_0V - 11V_0^2 \right) \end{aligned}$$

$$\text{よって, } Q = -\frac{P_0}{2V_0} \left(4V^2 - 15V_0V + 11V_0^2 \right) \quad (V_0 \leq V \leq 2V_0) \quad \dots \textcircled{1}$$

これより, Q は V の関数であり,

$$V_0 < V < 2V_0 \text{ において, } \frac{dQ}{dV} = -\frac{P_0}{2V_0} (8V - 15V_0) \text{ である。}$$

したがって,

$$V_0 < V < \frac{15}{8}V_0 \text{ のとき, } \frac{dQ}{dV} > 0 \text{ より, 系は熱を吸収し,}$$

$$\frac{15}{8}V_0 < V < 2V_0 \text{ のとき, } \frac{dQ}{dV} < 0 \text{ より, 系は熱を放出する。}$$

ゆえに, 系が熱の吸収から放出に変化するときの体積は $\frac{15}{8}V_0$

また, 体積が $\frac{15}{8}V_0$ になるまでに系が吸収した熱量は,

$$\textcircled{1} \text{ に } V = \frac{15}{8}V_0 \text{ を代入することにより, } \frac{49}{32}P_0V_0 \text{ である。}$$

