

196 波形の移動

(2)

周期 $T = 2$ 秒だから、時刻 2 秒のとき、上図の波形になる。

したがって、時刻 3 秒における波形は、上図の波形の 1 秒 $\left(= \frac{T}{2} \right)$ 後の波形、

すなわち上図の波形を $\frac{\lambda}{2} = 8 \text{ cm}$ だけ平行移動した波形になる。

197 単振動

紛らわしさを避ける目的で、変数 $\frac{2\pi}{T}t = x$ と置くと、横軸は x になるから、 $y = A \sin(x + \theta_0)$

(1)

$y = A \sin x$ のグラフを x 方向に $-\frac{\pi}{4}$ 平行移動したグラフだから、 $y = A \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

x を元の $\frac{2\pi}{T}t$ 戻すと、 $y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}\right)$

補足

$y = A \sin x$ 上の点 (x, y) を x 方向に $-\frac{\pi}{4}$ 平行移動した点を (X, Y) とすると、

$$(X, Y) = \left(x + \frac{\pi}{4}, y\right) \quad \therefore (x, y) = \left(X - \frac{\pi}{4}, Y\right)$$

$$y = A \sin x \text{ より, } Y = A \sin\left(X - \frac{\pi}{4}\right)$$

(X, Y) も xy 座標平面上の点だから、 (X, Y) を (x, y) と書き改めると、

$$y = A \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

(2)

$y = A \sin x$ のグラフを x 方向に $\frac{\pi}{4}$ 平行移動したグラフだから、 $y = A \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

x を元の $\frac{2\pi}{T}t$ 戻すと、 $y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right)$

198 正弦波の式

$x=0$ における変位が x に伝わるのに要する時間は $\frac{x}{v}$ だから、

$y(x, t)$ と $y\left(0, t - \frac{x}{v}\right)$ が一致する。

よって、

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y\left(0, t - \frac{x}{v}\right) \\ &= A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v}\right) \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v}\right) \\ &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv}\right) \\ &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{T \cdot \frac{\lambda}{T}}\right) \\ &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

210 定常波

$$y_{\text{I}}(x, t) = y_{\text{I}}\left(0, t - \frac{x}{v}\right) \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} y_{\text{I}}(x, t) &= y_{\text{I}}\left(0, t - \frac{x}{v}\right) \\ &= A \sin\left\{\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \frac{3}{4}\pi\right\} \\ &= A \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x + \frac{3}{4}\pi\right) \\ &= A \sin\left(\omega t - \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{\lambda}{T}}x + \frac{3}{4}\pi\right) \\ &= A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{3}{4}\pi\right) \\ &= A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{16}x + \frac{3}{4}\pi\right) \quad (\because \lambda = 16) \\ &= A \sin\left(\omega t + \frac{6-x}{8}\pi\right) \end{aligned}$$

同様に,

$$\begin{aligned} y_{\text{II}}(x, t) &= y_{\text{II}}\left(0, t + \frac{x}{v}\right) \\ &= A \sin\left\{\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) + \frac{1}{4}\pi\right\} \\ &= A \sin\left(\omega t + \frac{\omega}{v}x + \frac{1}{4}\pi\right) \\ &= A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{8}x + \frac{1}{4}\pi\right) \\ &= A \sin\left(\omega t + \frac{2+x}{8}\pi\right) \end{aligned}$$

211 反射波の式

壁に関して P と対称な点を P' とすると, P' の x 座標 $= l + (l - x_1) = 2l - x_1$

よって, 固定端反射波の x_1 における変位は,

$y = A \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) + \pi \right\}$ の P' における変位と一致する。

ゆえに,

$$y = A \sin \left\{ \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{2l - x_1}{v} \right) + \pi \right\} = -A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{x_1 - 2l}{v} \right)$$