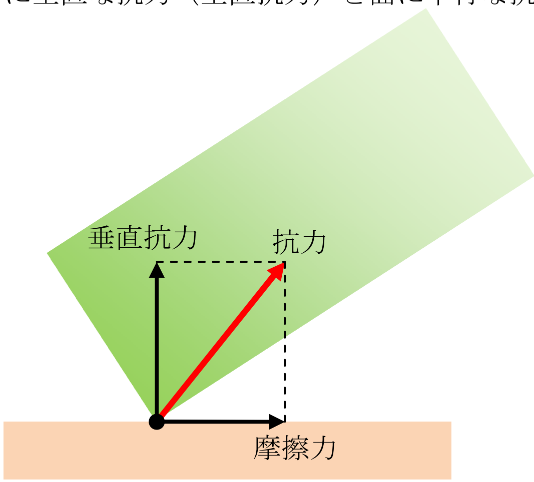
14. 傾斜壁に立てかけた棒のつりあい

(1)

$\boxed{ア}$

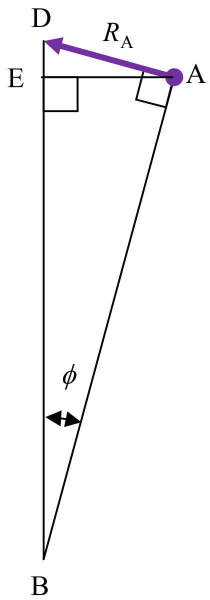
面に垂直な抗力（垂直抗力）と面に平行な抗力（摩擦力）は抗力の分力である。



摩擦力が 0 だから，抗力と垂直抗力が一致する。

$\boxed{イ}$・$\boxed{ウ}$・$\boxed{エ}$

△ABD∽△EAD より，∠DAE＝∠DBA＝ϕ



よって，

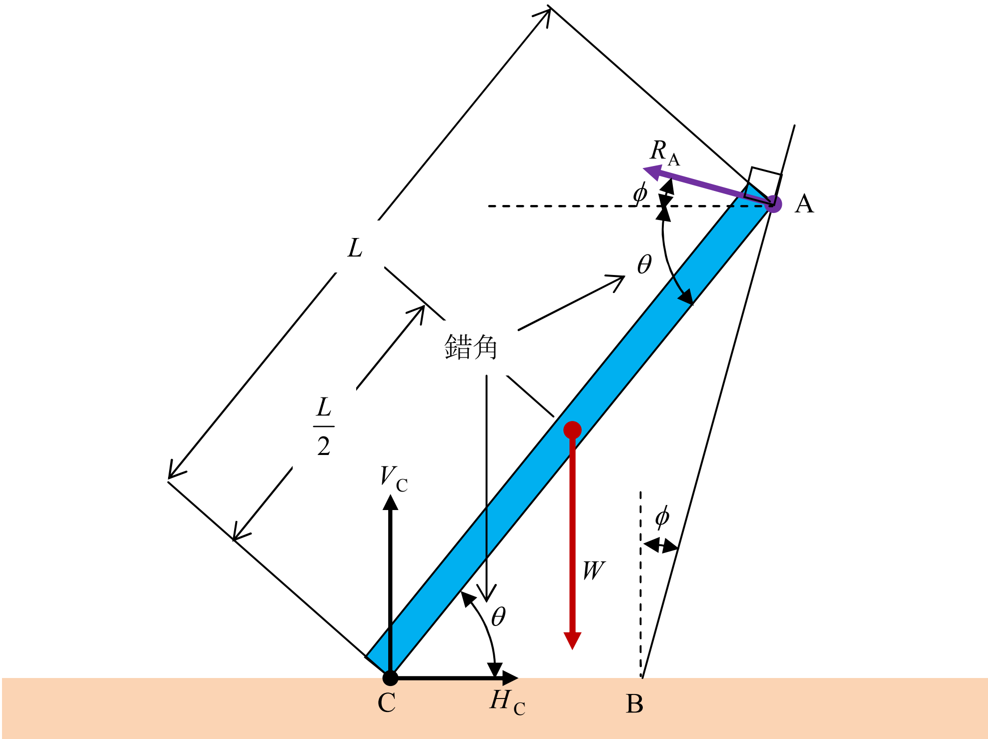
水平方向の力のつりあいは，$H_{\mathrm{C}} = R_{\mathrm{A}}\cos\phi$　・・・$\boxed{イ}$

鉛直方向の力のつりあいは，$V_{\mathrm{C}} + R_{\mathrm{A}}\sin\phi = W$　・・・$\boxed{ウ}$

R_{A} と棒のなす角＝$\theta+\phi$ より，

C のまわりの力のモーメントのつりあいは，

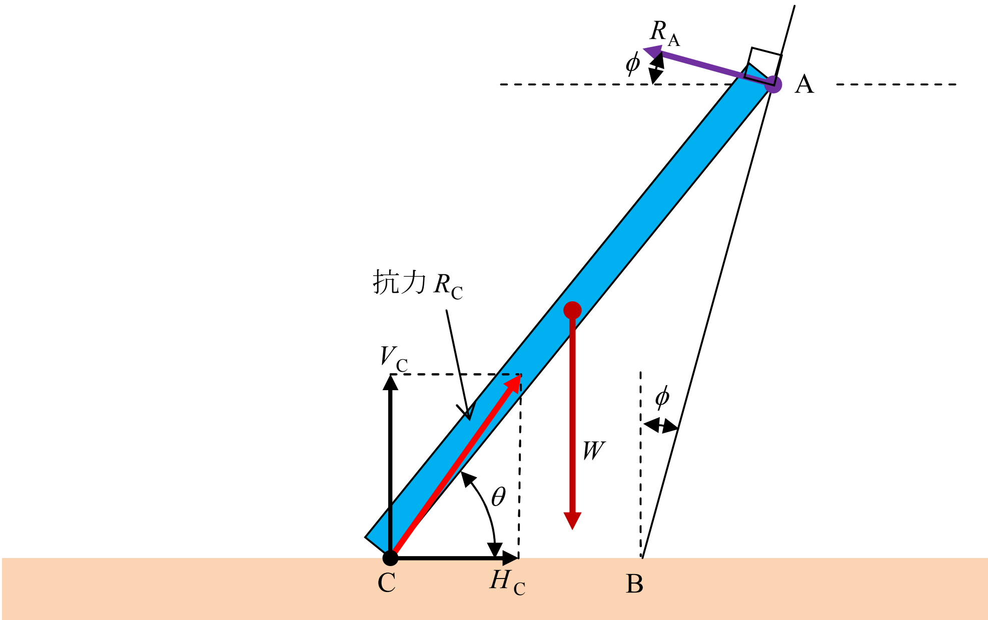
$R_{\mathrm{A}}\sin(\theta+\phi)\times L = W\times\dfrac{L}{2}\cos\theta$　・・・$\boxed{エ}$



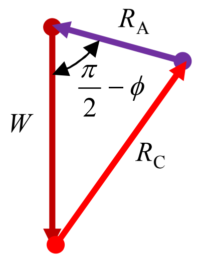
補足 1

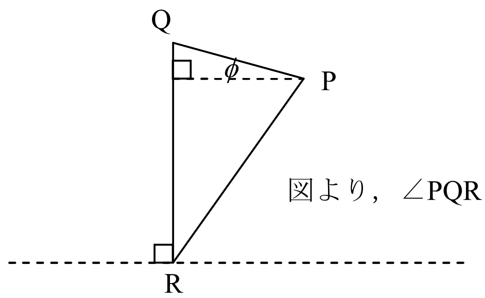
C 点の抗力を求める場合は平面図形の計算から求めると速い。

棒は，A からの抗力 R_A，C からの抗力 R_C，重力 W を受けつりあっている。
（V_C と H_C は R_C の分力）



これらのベクトルを継ぎ足すと閉じた図形ができる（問題 001 参照）。

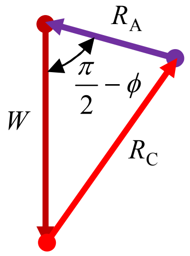




図より，$\angle \mathrm{PQR}=\dfrac{\pi}{2}-\phi$

R_A と R_C を求めるのであれば，
C のまわりの力のモーメントのつりあいの式と余弦定理から求めると速い。
C のまわりの力のモーメントのつりあいより，

$$R_\mathrm{A}\sin(\theta+\phi)\times L = W\times\frac{L}{2}\cos\theta \qquad \therefore R_\mathrm{A}=\frac{W\cos\theta}{2\sin(\theta+\phi)}$$



余弦定理より，

$$\begin{aligned}
{R_\mathrm{C}}^2 &= W^2+{R_\mathrm{A}}^2-2R_\mathrm{A}W\cos\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right)\\
&= W^2+\frac{W^2\cos^2\theta}{4\sin^2(\theta+\phi)}-2\cdot\frac{W\cos\theta}{2\sin(\theta+\phi)}\cdot W\sin\phi\\
&= \frac{W^2}{4\sin^2(\theta+\phi)}\left\{4\sin^2(\theta+\phi)+\cos^2\theta-4\sin(\theta+\phi)\cos\theta\sin\phi\right\}\\
&= \frac{W^2}{4\sin^2(\theta+\phi)}\left[4\sin(\theta+\phi)\{\sin(\theta+\phi)-\cos\theta\sin\phi\}+\cos^2\theta\right]\\
&= \frac{W^2}{4\sin^2(\theta+\phi)}\left\{4\sin(\theta+\phi)\sin\theta\cos\phi+\cos^2\theta\right\}
\end{aligned}$$

$$\therefore R_\mathrm{C}=\frac{W}{2\sin(\theta+\phi)}\sqrt{4\sin(\theta+\phi)\sin\theta\cos\phi+\cos^2\theta}$$

V_C と H_C を求めてから，三平方の定理より，

$$\begin{aligned}
{R_\mathrm{C}}^2 &= {V_\mathrm{C}}^2+{H_\mathrm{C}}^2\\
&= W^2\left\{\frac{4\sin^2(\theta+\phi)+\cos^2\theta\sin^2\phi-4\sin(\theta+\phi)\cos\theta\sin\phi}{4\sin^2(\theta+\phi)}+\frac{\cos^2\theta\cos^2\phi}{4\sin^2(\theta+\phi)}\right\}\\
&= \frac{W^2}{4\sin^2(\theta+\phi)}\left[4\sin(\theta+\phi)\{\sin(\theta+\phi)-\cos\theta\sin\phi\}+\cos^2\theta(\sin^2\phi+\cos^2\phi)\right]\\
&= \frac{W^2}{4\sin^2(\theta+\phi)}\left\{4\sin(\theta+\phi)\sin\theta\cos\phi+\cos^2\theta\right\}
\end{aligned}$$

$$\therefore R_\mathrm{C}=\frac{W}{2\sin(\theta+\phi)}\sqrt{4\sin(\theta+\phi)\sin\theta\cos\phi+\cos^2\theta}$$

とするのは面倒である。

補足 2

互いに平行でない作用線は 1 点で交わる。

剛体が静止しているとき，任意の点のまわりの力のモーメントはつりあう。
つまり，どの点を選んでもそのまわりの力のモーメントはつりあう。
とくに，作用線上の任意の点のまわりの力のモーメントは 0 だから，
剛体にはたらく力の作用線が互いに平行でないとき，力のモーメントがつりあうためには，
力の作用線が 1 点で交わらなければならない。
このことを利用して力の向きを求めることができる。