28.　あらい斜面上の 2 物体の運動

(1)

別解：A と B を別々に扱って解く

A が斜面から受ける摩擦力を f_A，B が斜面から受ける摩擦力を f_B，

A と B の接触面の抗力の大きさを R とし，斜面に沿って上向きの力を正とする。

物体が静止しているとき，それぞれの物体にはたらく斜面に沿った外力の和は 0 だから，

A： $f_A - mg\sin\theta - R = 0$　・・・①

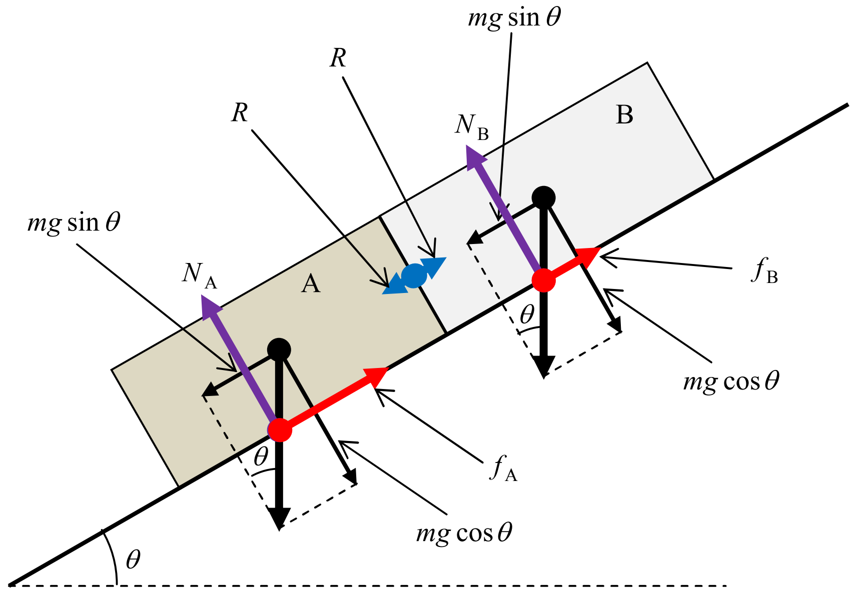
B： $f_B - mg\sin\theta + R = 0$　・・・②

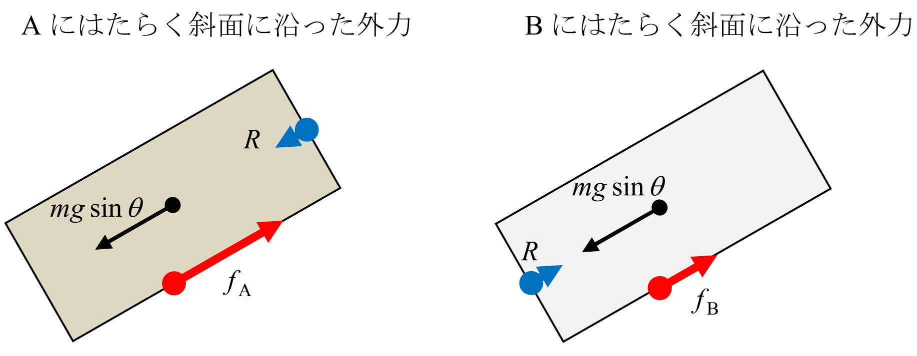
①＋②より，

$f_A + f_B - 2mg\sin\theta = 0$

$f_A + f_B$ は斜面にはたらく摩擦力の合力だから，

$f_A + f_B = 2mg\sin\theta$





(2)

(a)

θ_0のとき，AとBはぎりぎりに静止状態を保つことができるから，

このときAとBにはそれぞれの最大摩擦力がはたらいていることになる。

よって，(1)別解の式①，②の摩擦力f_A，f_Bを最大摩擦力に変え，

θをθ_0に，RをR'に置き換えればよい。

Aにはたらく最大摩擦力

斜面から受ける垂直抗力の大きさをN'_Aとすると，最大摩擦力は$\mu N'_A$と表される。

これに$N'_A = mg\cos\theta_0$を代入すると，最大摩擦力は$\mu mg\cos\theta_0$

Bにはたらく最大摩擦力

斜面から受ける垂直抗力の大きさをN'_Bとすると，最大摩擦力は$\frac{\mu}{2}N'_B$と表される。

これに$N'_B = mg\cos\theta_0$を代入すると，最大摩擦力は$\frac{\mu}{2}mg\cos\theta_0$

式①，②の変形

それぞれの物体にはたらく斜面に沿った外力の和は0だから，

A： $\mu mg\cos\theta_0 - mg\sin\theta_0 - R' = 0$ ・・・③

B： $\frac{\mu}{2}mg\cos\theta_0 - mg\sin\theta_0 + R' = 0$ ・・・④

③＋④より， $\frac{3}{2}\mu mg\cos\theta_0 = 2mg\sin\theta_0$

$$\therefore \frac{3}{2}\mu\cos\theta_0 = 2\sin\theta_0$$

$$\therefore \tan\theta_0 = \frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0} = \frac{3}{4}\mu$$

(b)

Aに加える斜面に対して垂直な力の大きさをF_Aにすると，

AとBがはじめて静止状態を保つことができるとすると，

このときAとBにはそれぞれの最大摩擦力がはたらいていることになる。

よって， (1)別解の式①，②に対し(a)と同様の操作を行えばよい。

Aにはたらく最大摩擦力

斜面から受ける垂直抗力の大きさをN''_Aとすると，

Aにはたらく斜面に垂直な方向の力のつりあいより， $N''_A = mg\cos\theta_1 + F_A$

よって，最大摩擦力は$\mu N''_A = \mu(mg\cos\theta_1 + F_A)$

B にはたらく最大摩擦力

斜面から受ける垂直抗力の大きさを N''_{B} とすると，

最大摩擦力は $\dfrac{\mu}{2}N''_{\mathrm{B}}=\dfrac{\mu}{2}mg\cos\theta_1$

式①，②の変形

それぞれの物体にはたらく斜面に沿った外力の和は 0 だから，

A： $\mu(mg\cos\theta_1+F_{\mathrm{A}})-mg\sin\theta_1-R''=0$　・・・⑤

B： $\dfrac{\mu}{2}mg\cos\theta_1-mg\sin\theta_1+R''=0$　・・・⑥

⑤＋⑥より，

$$\mu F_{\mathrm{A}}+\frac{3}{2}\mu mg\cos\theta_1-2mg\sin\theta_1=0$$

$$F_{\mathrm{A}}+\frac{3}{2}mg\cos\theta_1-\frac{2mg\sin\theta_1}{\mu}=0$$

$$F_{\mathrm{A}}=\left(\frac{2}{\mu}\sin\theta_1-\frac{3}{2}\cos\theta_1\right)mg$$