10. フックの法則とつりあい

ばね定数が k のばねの自然長からの変位が X のとき

ばねの弾性力 $F=-kX$

(1)

おもりにはたらく水平方向の力のつりあい

ばね定数 k_1 のばねの伸びを b とすると，

$a+b=L-2l_0$　・・・①

おもりにはたらく水平方向の力のつりあいより，

$k_1 b=k_2 a$　・・・②

①，②より，

$$a+\frac{k_2}{k_1}a=L-2l_0$$

$$\therefore a=\frac{k_1}{k_1+k_2}(L-2l_0)$$　・・・(答)

つりあいの位置からばねの方向にそって x 動かしたとき

ばねの自然長からの変位を X とすると，

ばねは自然長に戻ろうとするから，ばねの弾性力 F の向きは変位の向きと逆向き。

（つまり，ばねが伸びれば縮む向き，縮めば伸びる向きと変位と弾性力は逆向き）

よって，$F=-kX$ と与えられる。

つりあいの位置から x 動かしたとき，

ばね定数 k_1 のばねの弾性力の変化は $-k_1x$

ばね定数 k_2 のばねの弾性力の変化は $-k_2x$

よって，全体の弾性力の和の変化

$\Delta f=-k_1x+(-k_2x)=-(k_1+k_2)\cdot x$

おもりはばねから弾性力を受けるから，

つりあいの位置から x 動かしたとき，おもりがばねから受ける力 F は，

$F=0+\Delta f=-(k_1+k_2)x$

あるいは，

ばねの方向にそって右向きを正とすると，

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $b+x$

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $-a+x$

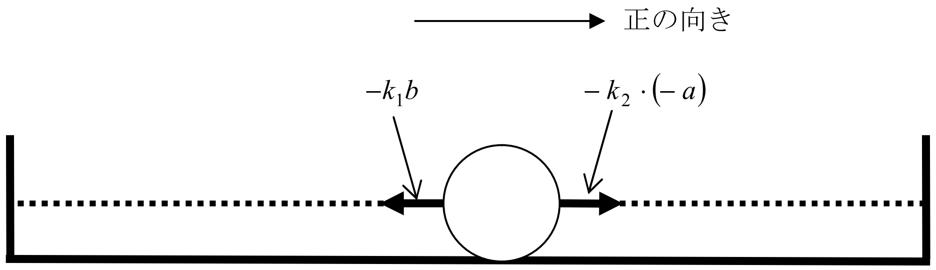
よって，

$F=-k_1(b+x)+\{-k_2(-a+x)\}=-k_1b+k_2a-(k_1+k_2)x$

ここで，$k_1b=k_2a$ より，$-k_1b+k_2a=0$

$\therefore F=-(k_1+k_2)\cdot x$

下図は，おもりがつりあいの位置にあるとき



$$\text{おもりがばねから受ける力} = -k_1 b + \{-k_2\cdot(-a)\} = 0$$

ばねの方向にそって x だけ動かす。

$$\begin{aligned}\text{おもりがばねから受ける力}\ F &= -k_1(b+x) + \{-k_2\cdot(-a+x)\} \\ &= -k_1 b + k_2 a - (k_1+k_2)\cdot x \\ &= -(k_1+k_2)\cdot x\end{aligned}$$

(2)

斜面にそって下向きを正とすると，

おもりにはたらく斜面方向の外力の和＝0 より，

$mg\sin\theta + \{-k_1(b+x_0)\} + \{-k_2(-a+x_0)\} = 0$

$mg\sin\theta - (k_1+k_2)\cdot x_0 - k_1 b + k_2 a = 0$

$-k_1 b + k_2 a = 0$ より，

$mg\sin\theta - (k_1+k_2)\cdot x_0 = 0$

$\therefore x_0 = \dfrac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}$

よって，A からのつりあいの位置の変化は，斜面にそって下向きに $\dfrac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}$