

62. 熱気球

(1)

$$\frac{PV}{nT} = R \quad \dots \textcircled{1}$$

空気の物質量を n ，空気のモル質量を M とすると， $\rho = \frac{nM}{V}$ より，

$$\frac{V}{n} = \frac{M}{\rho} \quad \dots \textcircled{2}$$

①，②より，

$$\frac{PV}{nT} = \frac{P}{T} \cdot \frac{V}{n} = \frac{P}{T} \cdot \frac{M}{\rho} = R$$

$$\therefore \frac{PM}{T\rho} = R$$

$$\therefore P = \frac{RT}{M} \rho \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\therefore T = \frac{PM}{R} \cdot \frac{1}{\rho} \quad \dots \textcircled{4}$$

③，④より，

空気の密度は，圧力に比例し，絶対温度に反比例する。

よって，

(ア) ① (イ) ② \dots (答)

補足

化学でもそうだが，理想気体の状態方程式 $PV = nRT$ の R が定数であることを活かし，

比例式で，つまり $\frac{PV}{nT} = \text{一定}$ あるいは $\frac{nT}{PV} = \text{一定}$ で扱う方が便利である。

(2)

$$\frac{PM}{T\rho} = R \text{ より， } \frac{PM}{T\rho} = \text{一定}$$

よって，

$$\frac{p_0 M}{T_0 \rho_0} = \frac{p_0 M}{T_0 \rho_0}$$

$$\therefore T\rho = T_0 \rho_0 \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\therefore \rho = \frac{T_0}{T} \rho_0 \quad \dots \text{(答)}$$

(3)

「気球に働く浮力＝気球の体積×外気の密度」より、

$$\text{気球に働く浮力} = V\rho_0 g$$

気球全体の質量は、気球の質量と其中的の空気の質量の和であるから、

温度 T_1 のときの空気の密度を ρ_1 とすると、

$$\text{気球に働く重力} = Mg + V\rho_1 g$$

気球に働く重力と浮力のつり合いより、

$$Mg + V\rho_1 g = V\rho_0 g$$

$$\therefore M + V\rho_1 = V\rho_0 \quad \dots \textcircled{6}$$

ここで、⑤より、

 $T_1\rho_1 = T_0\rho_0$ が成り立つから、

$$\rho_1 = \frac{T_0\rho_0}{T_1}$$

これを⑥に代入すると、

$$M + V \frac{T_0\rho_0}{T_1} = V\rho_0$$

$$MT_1 + VT_0\rho_0 = V\rho_0 T_1$$

$$T_1(V\rho_0 - M) = VT_0\rho_0$$

$$\therefore T_1 = \frac{V\rho_0}{V\rho_0 - M} \cdot T_0 \quad \dots \text{(答)}$$

(4)

(2)より、 $\frac{PM}{T\rho} = \text{一定}$ だから、 $\frac{p_2 M}{T_2 \rho_2} = \frac{p_0 M}{T_0 \rho_0}$

$$\therefore \rho_2 = \frac{p_2 T_0}{p_0 T_2} \cdot \rho_0 \quad \dots \text{(答)}$$

気球に働く重力と浮力のつり合いより、

$$Mg + V\rho_2 g = V\rho_2' g$$

$$M + V\rho_2 = V\rho_2'$$

$$M + V \cdot \frac{p_2 T_0}{p_0 T_2} \rho_0 = V\rho_2'$$

$$\therefore \rho_2' = \frac{M}{V} + \frac{p_2 T_0}{p_0 T_2} \rho_0 \quad \dots \text{(答)}$$