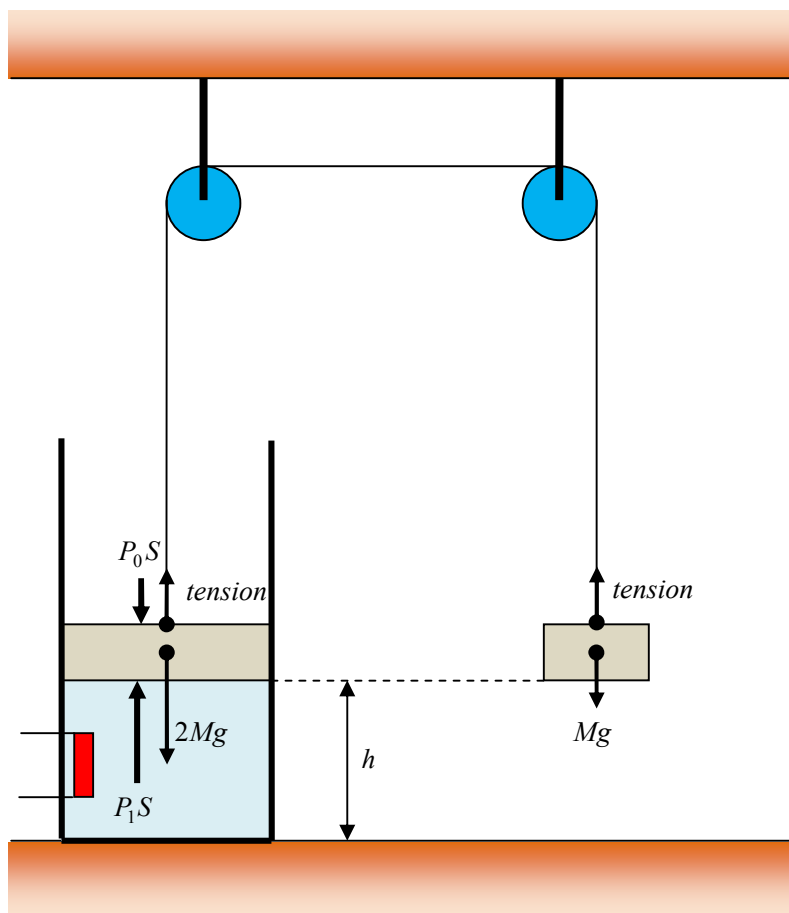


70. シリンダー内の気体ができる仕事

(1)



シリンダー内の気体の圧力

質量 M のおもりに働く力のつり合いより,

$$tension = Mg \quad \dots \textcircled{1}$$

シリンダー内の気体の圧力を P_1 とすると, ピストンに働く力のつり合いより,

$$P_1S + tension = P_0S + 2Mg \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より}, P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S} \quad \dots \textcircled{ア}$$

シリンダー内の絶対温度

理想気体の状態方程式より, $P_1Sh = 1 \times RT_1$

これと $P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}$ より,

$$T_1 = \frac{(P_0S + Mg)h}{R} \quad \dots \textcircled{イ}$$

(2)

シリンダー内の気体の絶対温度

求める温度 T_2 とすると、状態 (P_1, Sh, T_1) から状態 $(P_1, \frac{3}{2}Sh, T_2)$ への等圧変化である。

1mol の理想気体の状態方程式 $PV = RT$ を変形し、 $\frac{T}{PV} = \frac{1}{R} = \text{一定}$ を使うと、

$$\frac{T_2}{P_1 \cdot \frac{3}{2}Sh} = \frac{T_1}{P_1 Sh} \quad \therefore T_2 = \frac{3}{2}T_1$$

これと $T_1 = \frac{(P_0S + Mg)h}{R}$ より、

$$T_2 = \frac{3(P_0S + Mg)h}{2R} \quad \dots \cdot \boxed{\text{ウ}}$$

シリンダー内の気体が外部にした仕事

求める仕事を W_2 とすると、 $W_2 = \bar{P}_1 S \cdot \left(\frac{3}{2}\bar{h} - \bar{h}\right) = \frac{1}{2}S|\bar{P}_1||\bar{h}| \cos 0^\circ = \frac{1}{2}P_1 Sh$

これと $P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}$ より、

$$W_2 = \frac{1}{2}(P_0S + Mg)h \quad \dots \cdot \boxed{\text{エ}}$$

内部エネルギーの増加

内部エネルギーの増加を ΔU_2 とすると、

$$\Delta U_2 = 1 \times C_v \Delta T = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}R\left(\frac{3}{2}T_1 - T_1\right) = \frac{3}{4}RT_1$$

これと $T_1 = \frac{(P_0S + Mg)h}{R}$ より、

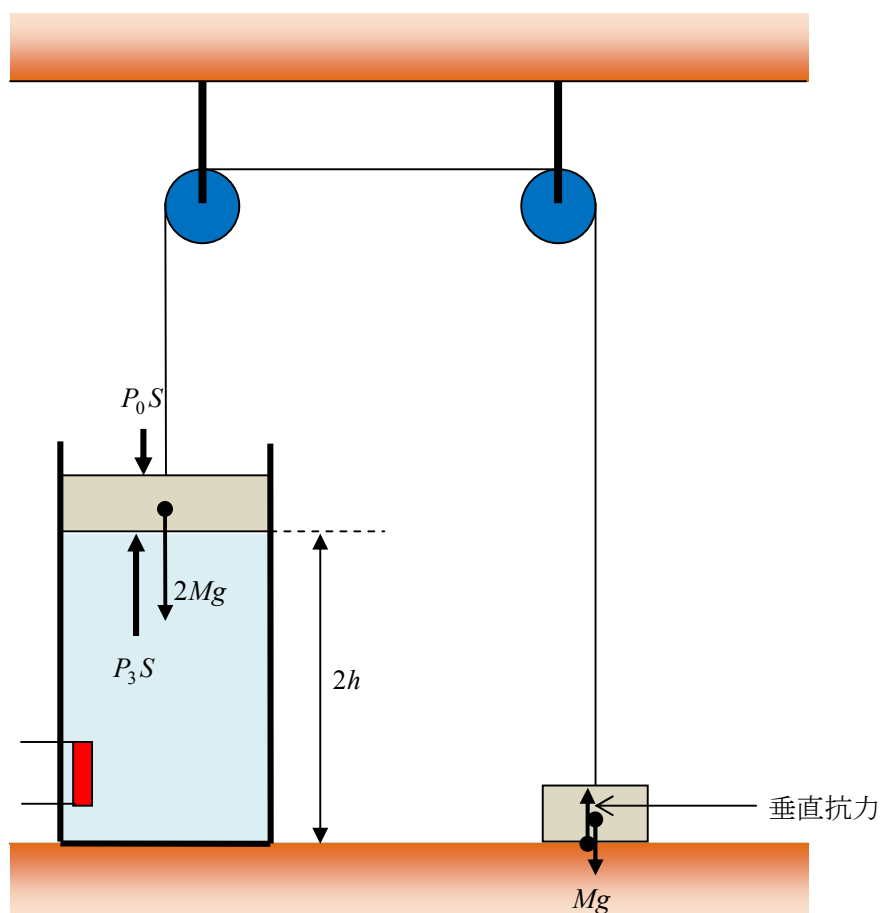
$$\Delta U_2 = \frac{3}{4}(P_0S + Mg)h \quad \dots \cdot \boxed{\text{オ}}$$

受け取った熱量

受け取った熱量を Q_2 とすると、熱力学第 1 法則より、

$$Q_2 = \Delta U_2 + W_2 = \frac{3}{4}(P_0S + Mg)h + \frac{1}{2}(P_0S + Mg)h = \frac{5}{4}(P_0S + Mg)h \quad \dots \cdot \boxed{\text{カ}}$$

(3)



シリンダー内の気体の圧力

質量 M のおもりに働く重力と垂直抗力が釣り合い、張力が 0 になる。

よって、ピストンに働く力の釣り合いは、

$$P_3S = P_0S + 2Mg$$

$$\therefore P_3 = P_0 + \frac{2Mg}{S} \quad \dots \text{キ}$$

シリンダー内の絶対温度

質量 M のおもりが h 下降し、接地した瞬間に糸はゆるみはじめる。

このとき、ピストンは h 上昇するから、気体の体積は $2Sh$ になる。

したがって、状態方程式は、 $P_3 \cdot 2Sh = 1 \times RT_3$

これと $P_3 = P_0 + \frac{2Mg}{S}$ より、

$$T_3 = \frac{2(P_0S + 2Mg)h}{R} \quad \dots \text{ク}$$

シリンダー内の気体が外部にした仕事

圧力 P_3 の等圧変化の仕事だから、解き方は \square と同じ。

求める仕事を W_3 とすると、

$$W_3 = P_3 S \left(2h - \frac{3}{2}h \right) = \frac{1}{2} P_3 S h$$

これと $P_3 = P_0 + \frac{2Mg}{S}$ より、

$$W_3 = \frac{1}{2} (P_0 S + Mg) h \quad \dots \square$$

受け取った熱量

内部エネルギー変化を ΔU_3 とすると、

$$\Delta U_3 = 1 \times C_v \Delta T$$

$$= \frac{3}{2} R (T_3 - T_2)$$

$$= \frac{3}{2} R \left\{ \frac{2(P_0 S + 2Mg)h}{R} - \frac{3(P_0 S + Mg)h}{2R} \right\}$$

$$= \frac{3}{4} (P_0 S + 5Mg) h$$

受け取った熱量を Q_3 とすると、熱力学第 1 法則より、

$$Q_3 = \Delta U_3 + W_3 = \frac{3}{4} (P_0 S + 5Mg) h + \frac{1}{2} (P_0 S + Mg) h = \frac{1}{4} (5P_0 S + 17Mg) h \quad \dots \square$$