106. 極板間隔と静電エネルギーの変化

表にまとめてから処理すると楽

・スイッチを閉じた時，極板間隔によらず極板間の電圧は一定に保たれる。

・スイッチを開いたとき，極板間隔によらず電荷が一定に保たれる。
　したがって，電気容量と極板間の電圧の積は一定である。

・電気容量は，極板間隔に反比例する。

以上をもとに

各状態の電気容量，電荷，電圧，極板間隔，極板間の電場を表にまとめると，

次のようになる。尚，電気容量については，状態Ⅰの電気容量を C とした。

状態	電気容量	電荷	電圧	極板間隔	極板間電場
Ⅰ	C	Q	V	d_1	$\dfrac{V}{d_1}$
Ⅱ	$\dfrac{d_1}{d_2}C$	Q	$\dfrac{d_2}{d_1}V$	d_2	$\dfrac{V}{d_1}$
Ⅲ	$\dfrac{d_1}{d_2}C$	$\dfrac{d_1}{d_2}Q$	V	d_2	$\dfrac{V}{d_2}$
Ⅳ	C	$\dfrac{d_1}{d_2}Q$	$\dfrac{d_1}{d_2}V$	d_1	$\dfrac{V}{d_2}$

ア

　力は x 軸負の向きであることと，

　B がつくる電場は極板間電場 $\dfrac{V}{d_1}$ の $\dfrac{1}{2}$ であることから，

$$-\frac{QV}{2d_1}$$

イ

　外力と変位の向きのなす角が 0 だから，

$$W_{\text{I-II}}^{外力}=\left|-\frac{QV}{2d_1}\right|\left|d_2-d_1\right|\cos 0=\frac{d_2-d_1}{2d_1}QV$$

$\boxed{\text{ウ}}$

$\dfrac{d_2}{d_1}V$

補足

電気容量×電圧＝一定から求めると，$CV=\dfrac{d_1}{d_2}CV' \therefore V'=\dfrac{d_2}{d_1}V$

電場×極板間隔から求めると，$V'=\dfrac{V}{d_1}\cdot d_2=\dfrac{d_2}{d_1}V$

$\boxed{\text{エ}}$

$$U_{\text{II}}-U_{\text{I}}=\frac{1}{2}Q\cdot\frac{d_2}{d_1}V-\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}QV\left(\frac{d_2}{d_1}-1\right)=\frac{d_2-d_1}{2d_2}QV$$

$\boxed{\text{オ}}$

$\dfrac{d_1}{d_2}Q$

$\boxed{\text{カ}}$

$$U_{\text{II}}=\frac{1}{2}\cdot Q\cdot\frac{d_2}{d_1}V=\frac{1}{2}\cdot\frac{d_2}{d_1}QV$$

$$U_{\text{III}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{d_1}{d_2}Q\cdot V=\frac{1}{2}\frac{d_1}{d_2}QV$$

$$W_{\text{II}-\text{III}}^{\text{電池}}=\Delta Q\cdot V=\left(\frac{d_1}{d_2}Q-Q\right)V=\frac{d_1-d_2}{d_2}QV$$

抵抗から発生するジュール熱を H とすると，

$U_{\text{II}}+W_{\text{II}-\text{III}}^{\text{電池}}=U_{\text{III}}+H$ より，

$$\begin{aligned}H&=U_{\text{II}}+\Delta QV-U_{\text{III}}\\&=\frac{1}{2}\cdot\frac{d_2}{d_1}QV+\frac{d_1-d_2}{d_2}QV-\frac{1}{2}\cdot\frac{d_1}{d_2}QV\\&=\frac{QV}{2}\frac{{d_2}^2+2d_1(d_1-d_2)-{d_1}^2}{d_1d_2}\\&=\frac{QV}{2}\frac{{d_2}^2-2d_2d_1+{d_1}^2}{d_1d_2}\\&=\frac{(d_2-d_1)^2}{2d_1d_2}QV\end{aligned}$$

$\boxed{\text{キ}}$

$$W_{\mathrm{II-III}}^{電池}=\frac{d_1-d_2}{d_2}QV$$

$$W_{\mathrm{IV-I}}^{電池}=\left(Q-\frac{d_1}{d_2}Q\right)V=\frac{d_2-d_1}{d_2}QV$$

より，

$$W_{\mathrm{II-III}}^{電池}+W_{\mathrm{IV-I}}^{電池}=\frac{d_1-d_2}{d_2}QV+\frac{d_2-d_1}{d_2}QV=0$$

$\boxed{\text{ク}}$

$$W_{\mathrm{I-II}}^{外力}=\frac{d_2-d_1}{2d_1}QV$$

$W_{\mathrm{III-IV}}^{外力}$ については，

外力と変位の向きのなす角が π だから，

$$W_{\mathrm{III-IV}}^{外力}=\left|-\frac{d_1}{d_2}Q\cdot\frac{V}{2d_2}\right||d_2-d_1|\cos\pi=-\frac{d_1(d_2-d_1)}{2{d_2}^2}QV$$

よって，外力がした仕事の総計は，

$$\begin{aligned}W_{\mathrm{I-II}}^{外力}+W_{\mathrm{III-IV}}^{外力}&=\frac{d_2-d_1}{2d_1}QV+\left\{-\frac{d_1(d_2-d_1)}{2{d_2}^2}QV\right\}\\&=\frac{{d_2}^2(d_2-d_1)-{d_1}^2(d_2-d_1)}{2d_1{d_2}^2}QV\\&=\frac{(d_2+d_1)(d_2-d_1)^2}{2d_1d_2}QV\end{aligned}$$

発生するジュール熱を H_{C} とすると，

$U_{\mathrm{I}}+W_{\mathrm{II-III}}^{電池}+W_{\mathrm{IV-I}}^{電池}+W_{\mathrm{I-II}}^{外力}+W_{\mathrm{III-IV}}^{外力}=U_{\mathrm{I}}+H_{\mathrm{C}}$ より，

$$H_{\mathrm{C}}=W_{\mathrm{I-II}}^{外力}+W_{\mathrm{III-IV}}^{外力}=\frac{(d_2+d_1)(d_2-d_1)^2}{2d_1d_2}QV$$