

47. 回転半径の変化する鉛直面内の円運動

(4)

おもりが釘 N のまわりを一回転できると仮定すると、
 ひもの張力の大きさが最も小さくなるのは、
 おもりの位置が釘 N の真上になったときであるのは明らか。
 したがって、おもりが釘 N のまわりを一回転するには、
 このときのひもの張力の大きさが 0 以上であればよい。
 おもりの位置が釘 N の真上になったときのおもりの速さを v とすると、
 力学的エネルギー保存則より、

$$mgR\left(1 - \cos\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}mv^2 + 2mgr$$

$$\therefore mv^2 = mgR - 4mgr \quad \dots \textcircled{1}$$

おもりの観測者から見たときのおもりにはたらく力のつり合いより、

$$T + mg = \frac{mv^2}{r} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{あるいは、地上の観測者から見たときのおもりの運動方程式} \\ ma = T + mg, \quad a = \frac{v^2}{r} \text{ より,} \\ m \cdot \frac{v^2}{r} = T + mg \end{array} \right)$$

①, ②より、

$$T + mg = \frac{mgR - 4mgr}{r}$$

$$T = mg\left(\frac{R}{r} - 5\right) \geq 0$$

よって、

$$\frac{R}{r} - 5 \geq 0$$

$$\therefore R - 5r \geq 0$$

$$\therefore r \leq \frac{R}{5} \quad \dots \text{(答)}$$