

108. 極板間隔と静電エネルギーの変化

表にまとめてから処理すると楽

- ・スイッチを閉じた時，極板間隔によらず極板間の電圧は一定に保たれる。
- ・スイッチを開いたとき，極板間隔によらず電荷が一定に保たれる。
したがって，電気容量と極板間の電圧の積は一定である。
- ・電気容量は，極板間隔に反比例する。

以上をもとに

各状態の電気容量，電荷，電圧，極板間隔，極板間の電場を表にまとめると，次のようになる。尚，電気容量については，状態 I の電気容量を C とした。

状態	電気容量	電荷	電圧	極板間隔	極板間電場
I	C	Q	V	d_1	$\frac{V}{d_1}$
II	$\frac{d_1}{d_2}C$	Q	$\frac{d_2}{d_1}V$	d_2	$\frac{V}{d_1}$
III	$\frac{d_1}{d_2}C$	$\frac{d_1}{d_2}Q$	V	d_2	$\frac{V}{d_2}$
IV	C	$\frac{d_1}{d_2}Q$	$\frac{d_1}{d_2}V$	d_1	$\frac{V}{d_2}$

ア

力は x 軸負の向きであることと，

B がつくる電場は極板間電場 $\frac{V}{d_1}$ の $\frac{1}{2}$ であることから，

$$-\frac{QV}{2d_1}$$

イ

外力と変位の向きのなす角が 0 だから，

$$W_{I-II}^{\text{外力}} = \left| -\frac{QV}{2d_1} \right| |d_2 - d_1| \cos 0 = \frac{d_2 - d_1}{2d_1} QV$$

ウ

$$\frac{d_2}{d_1}V$$

補足

$$\text{電気容量} \times \text{電圧} = \text{一定から求めると, } CV = \frac{d_1}{d_2}CV' \therefore V' = \frac{d_2}{d_1}V$$

$$\text{電場} \times \text{極板間隔から求めると, } V' = \frac{V}{d_1} \cdot d_2 = \frac{d_2}{d_1}V$$

エ

$$U_{\text{II}} - U_1 = \frac{1}{2}Q \cdot \frac{d_2}{d_1}V - \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}QV \left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right) = \frac{d_2 - d_1}{2d_2}QV$$

オ

$$\frac{d_1}{d_2}Q$$

カ

$$U_{\text{II}} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \frac{d_2}{d_1}V = \frac{1}{2} \cdot \frac{d_2}{d_1}QV$$

$$U_{\text{III}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{d_2}Q \cdot V = \frac{1}{2} \frac{d_1}{d_2}QV$$

$$W_{\text{II-III}}^{\text{電池}} = \Delta Q \cdot V = \left(\frac{d_1}{d_2}Q - Q \right) V = \frac{d_1 - d_2}{d_2}QV$$

抵抗から発生するジュール熱を H とすると,

$$U_{\text{II}} + W_{\text{II-III}}^{\text{電池}} = U_{\text{III}} + H \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} H &= U_{\text{II}} + \Delta QV - U_{\text{III}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{d_2}{d_1}QV + \frac{d_1 - d_2}{d_2}QV - \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{d_2}QV \\ &= \frac{QV}{2} \frac{d_2^2 + 2d_1(d_1 - d_2) - d_1^2}{d_1d_2} \\ &= \frac{QV}{2} \frac{d_2^2 - 2d_2d_1 + d_1^2}{d_1d_2} \\ &= \frac{(d_2 - d_1)^2}{2d_1d_2}QV \end{aligned}$$

キ

$$W_{\text{II-III}}^{\text{電池}} = \frac{d_1 - d_2}{d_2} QV$$

$$W_{\text{IV-I}}^{\text{電池}} = \left(Q - \frac{d_1}{d_2} Q \right) V = \frac{d_2 - d_1}{d_2} QV$$

より,

$$W_{\text{II-III}}^{\text{電池}} + W_{\text{IV-I}}^{\text{電池}} = \frac{d_1 - d_2}{d_2} QV + \frac{d_2 - d_1}{d_2} QV = 0$$

ク

$$W_{\text{I-II}}^{\text{外力}} = \frac{d_2 - d_1}{2d_1} QV$$

 $W_{\text{III-IV}}^{\text{外力}}$ については,外力と変位の向きのなす角が π だから,

$$W_{\text{III-IV}}^{\text{外力}} = \left| -\frac{d_1}{d_2} Q \cdot \frac{V}{2d_2} \right| |d_2 - d_1| \cos \pi = -\frac{d_1(d_2 - d_1)}{2d_2^2} QV$$

よって, 外力がした仕事の総計は,

$$\begin{aligned} W_{\text{I-II}}^{\text{外力}} + W_{\text{III-IV}}^{\text{外力}} &= \frac{d_2 - d_1}{2d_1} QV + \left\{ -\frac{d_1(d_2 - d_1)}{2d_2^2} QV \right\} \\ &= \frac{d_2^2(d_2 - d_1) - d_1^2(d_2 - d_1)}{2d_1d_2^2} QV \\ &= \frac{(d_2 + d_1)(d_2 - d_1)^2}{2d_1d_2} QV \end{aligned}$$

発生するジュール熱を H_C とすると,

$$U_1 + W_{\text{II-III}}^{\text{電池}} + W_{\text{IV-I}}^{\text{電池}} + W_{\text{I-II}}^{\text{外力}} + W_{\text{III-IV}}^{\text{外力}} = U_1 + H_C \text{ より,}$$

$$H_C = W_{\text{I-II}}^{\text{外力}} + W_{\text{III-IV}}^{\text{外力}} = \frac{(d_2 + d_1)(d_2 - d_1)^2}{2d_1d_2} QV$$