132. 磁場中の導体棒の単振動

(5)

振動中心（つり合いの位置）からの変位を X とすると，

単振動の運動方程式は，$Ma=-KX$ と表せるから，$a=-\dfrac{K}{M}X$

これと $a=-\dfrac{B^2l^2}{\left(M+CB^2l^2\right)L}\left(x-\dfrac{MgL}{B^2l^2}\right)$ より，$\dfrac{K}{M}=\dfrac{B^2l^2}{\left(M+CB^2l^2\right)L}$，$X=x-\dfrac{MgL}{B^2l^2}$

よって，$\omega=\sqrt{\dfrac{K}{M}}=\dfrac{Bl}{\sqrt{\left(M+CB^2l^2\right)L}}$

また，振動中心は $X=0$ だから，$X=x_0-\dfrac{MgL}{B^2l^2}=0$　$\therefore x_0=\dfrac{MgL}{B^2l^2}$

(6)

$I=\dfrac{Bl}{L}x$ より，x の最小値と最大値がわかればよい。

$x=0$ における導体棒の速さは 0, すなわち運動エネルギーが 0 だから, $x=0$ は振動上端。
これと振動中心 $x=x_0(>0)$ より，この単振動の振幅は x_0。
よって，振動下端は $x=2x_0$

以上より，$0\leq x\leq 2x_0=\dfrac{2MgL}{B^2l^2}$

これと　$I=\dfrac{Bl}{L}x$ より，$0\leq I\leq\dfrac{Bl}{L}\cdot 2x_0=\dfrac{Bl}{L}\cdot\dfrac{2MgL}{B^2l^2}=\dfrac{2Mg}{Bl}$

よって，I のとる最小値と最大値は，それぞれ 0，$\dfrac{2Mg}{Bl}$