10. フックの法則とつりあい

ばね定数が k のばねの自然長からの変位が X のとき
ばねの弾性力 $F=-kX$

(1)

おもりにはたらく水平方向の力のつりあい

ばね定数 k_1 のばねの伸びを b とすると，

$a+b=L-2l_0$ ・・・①

おもりにはたらく水平方向の力のつりあいより，

$k_1 b=k_2 a$ ・・・②

①，②より，

$$a+\frac{k_2}{k_1}a=L-2l_0$$

$$\therefore a=\frac{k_1}{k_1+k_2}\left(L-2l_0\right)$$ ・・・(答)

つりあいの位置からばねの方向にそって x 動かしたとき

ばねの自然長からの変位を X とすると，

ばねは自然長に戻ろうとするから，ばねの弾性力 F の向きは変位の向きと逆向き。

(つまり，ばねが伸びれば縮む向き，縮めば伸びる向きと変位と弾性力は逆向き)

よって，$F=-kX$ と与えられる。

つりあいの位置から x 動かしたとき，

ばね定数 k_1 のばねの弾性力の変化は $-k_1 x$

ばね定数 k_2 のばねの弾性力の変化は $-k_2 x$

よって，全体の弾性力の和の変化

$\Delta f=-k_1 x+\left(-k_2 x\right)=-\left(k_1+k_2\right)\cdot x$

おもりはばねから弾性力を受けるから，

つりあいの位置から x 動かしたとき，おもりがばねから受ける力 F は，

$F=0+\Delta f=-\left(k_1+k_2\right)x$

あるいは，

ばねの方向にそって右向きを正とすると，

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $b+x$

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $-a+x$

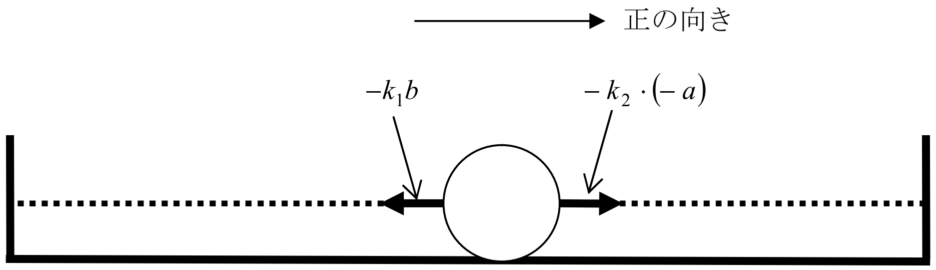
よって，

$F=-k_1\left(b+x\right)+\left\{-k_2\left(-a+x\right)\right\}=-k_1 b+k_2 a-\left(k_1+k_2\right)x$

ここで，$k_1 b=k_2 a$ より，$-k_1 b+k_2 a=0$

$\therefore F=-\left(k_1+k_2\right)\cdot x$

下図は，おもりがつりあいの位置にあるとき



おもりがばねから受ける力 $=-k_1 b+\{-k_2\cdot(-a)\}=0$

⇩ ばねの方向にそって x だけ動かす。

おもりがばねから受ける力 $F=-k_1(b+x)+\{-k_2\cdot(-a+x)\}$

$$=-k_1 b+k_2 a-(k_1+k_2)\cdot x$$

$$=-(k_1+k_2)\cdot x$$

(2)

斜面にそって下向きを正とすると，

おもりにはたらく斜面方向の外力の和＝0 より，

$mg\sin\theta + \{-k_1(b+x_0)\} + \{-k_2(-a+x_0)\} = 0$

$mg\sin\theta - (k_1+k_2)\cdot x_0 - k_1 b + k_2 a = 0$

$-k_1 b + k_2 a = 0$ より，

$mg\sin\theta - (k_1+k_2)\cdot x_0 = 0$

$\therefore x_0 = \dfrac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}$

よって，A からのつりあいの位置の変化は，斜面にそって下向きに $\dfrac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}$