

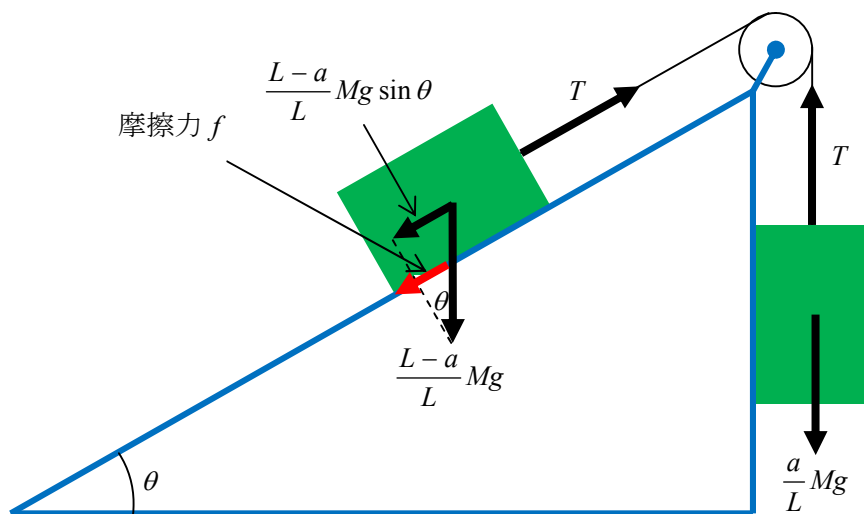
11. 斜面におかれたロープのつりあい

(3)

ロープを緑色物体にデフォルメする。
(デフォルメするとわかりやすくなる。)

(i)

$$\frac{L-a}{L}Mg \sin \theta \leq T \quad \left(T = \frac{a}{L}Mg \right) \text{ のとき}$$



斜面にそった方向の緑色物体にはたらく力のつりあいより、

$$f + \frac{L-a}{L}Mg \sin \theta = T$$

$$T = \frac{a}{L}Mg$$

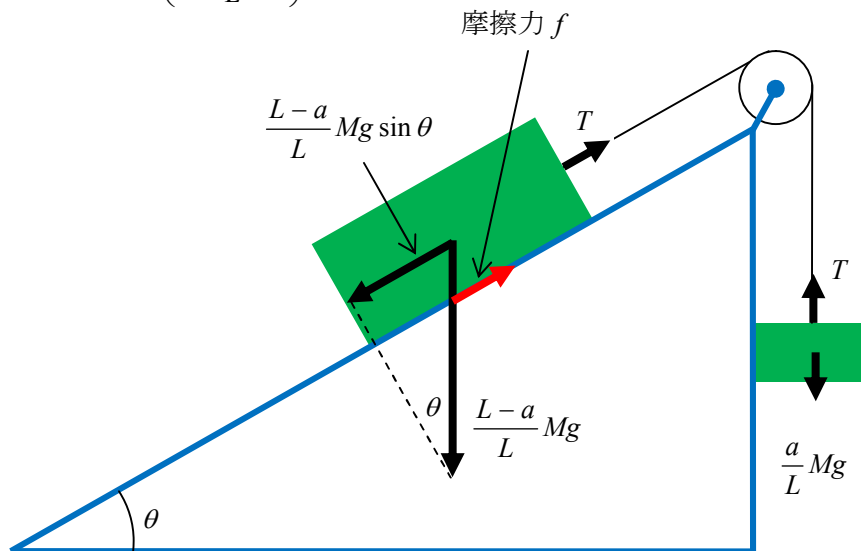
より、

$$f + \frac{L-a}{L}Mg \sin \theta = \frac{a}{L}Mg$$

$$\therefore f = \frac{Mg}{L} \{ a - (L-a)\sin \theta \} \quad \dots \textcircled{1}$$

(ii)

$$\frac{L-a}{L}Mg \sin \theta \geq T \quad \left(T = \frac{a}{L}Mg \right) \text{ のとき}$$



斜面にそった方向の緑色物体にはたらく力のつりあいより、

$$\frac{L-a}{L}Mg \sin \theta = f + T$$

$$T = \frac{a}{L}Mg$$

より、

$$f = \frac{L-a}{L}Mg \sin \theta - \frac{a}{L}Mg$$

$$\therefore f = \frac{Mg}{L} \{-a + (L-a)\sin \theta\} \quad \dots \textcircled{2}$$

以上より、

$$\frac{L-a}{L}Mg \sin \theta \leq T \left(= \frac{a}{L}Mg \right) \text{ のとき, } f = \frac{Mg}{L} \{a - (L-a)\sin \theta\}$$

$$\frac{L-a}{L}Mg \sin \theta \geq T \left(= \frac{a}{L}Mg \right) \text{ のとき, } f = \frac{Mg}{L} \{-a + (L-a)\sin \theta\}$$

あるいは、

①, ②を1つの式で表して、

$$|f| = \frac{Mg}{L} |a - (L-a)\sin \theta|$$

(4)

静止するためには摩擦力の大きさが最大摩擦以下、

すなわち $f \leq \mu N$ $\left(N = \frac{L-a}{L} Mg \cos \theta \right)$ であればよい。

(i)

$\frac{L-a}{L} Mg \sin \theta \leq T$ $\left(T = \frac{a}{L} Mg \right)$ のとき、すなわち $a - (L-a) \sin \theta \geq 0$ のとき、

$f \leq \mu N$, $f = \frac{Mg}{L} \{a - (L-a) \sin \theta\}$, $N = \frac{L-a}{L} Mg \cos \theta$ より、

$$\frac{Mg}{L} \{a - (L-a) \sin \theta\} \leq \mu \frac{L-a}{L} Mg \cos \theta$$

$$a(1 + \sin \theta) - L \sin \theta \leq \mu L \cos \theta - \mu a \cos \theta$$

$$a(1 + \sin \theta + \mu \cos \theta) \leq L(\sin \theta + \mu \cos \theta)$$

$$\therefore a \leq \frac{L(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{1 + \sin \theta + \mu \cos \theta} \quad \dots \textcircled{3}$$

(ii)

$\frac{L-a}{L} Mg \sin \theta \geq T$ $\left(T = \frac{a}{L} Mg \right)$ のとき、すなわち $-a + (L-a) \sin \theta \geq 0$ のとき、

$f \leq \mu N$, $f = \frac{Mg}{L} \{-a + (L-a) \sin \theta\}$, $N = \frac{L-a}{L} Mg \cos \theta$ より、

$$\frac{Mg}{L} \{-a + (L-a) \sin \theta\} \leq \mu \frac{L-a}{L} Mg \cos \theta$$

$$-a(1 + \sin \theta) + L \sin \theta \leq \mu L \cos \theta - \mu a \cos \theta$$

$$a(1 + \sin \theta - \mu \cos \theta) \geq L(\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

$$\therefore a \geq \frac{L(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{1 + \sin \theta - \mu \cos \theta} \quad \dots \textcircled{4}$$

(i) 且つ (ii) より、

$$\frac{L(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{1 + \sin \theta - \mu \cos \theta} \leq a \leq \frac{L(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{1 + \sin \theta + \mu \cos \theta}$$

あるいは,

$$|f| \leq \mu N, \quad |f| = \frac{Mg}{L} |a - (L - a) \sin \theta|, \quad N = \frac{L - a}{L} Mg \cos \theta \text{ より,}$$

$$\frac{Mg}{L} |a - (L - a) \sin \theta| \leq \mu \frac{L - a}{L} Mg \cos \theta$$

$$|a - (L - a) \sin \theta| \leq \mu (L - a) \cos \theta$$

$$-\mu (L - a) \cos \theta \leq a - (L - a) \sin \theta \leq \mu (L - a) \cos \theta$$

$$\therefore \frac{L(\sin \theta - \mu \cos \theta)}{1 + \sin \theta - \mu \cos \theta} \leq a \leq \frac{L(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{1 + \sin \theta + \mu \cos \theta}$$