

4. 斜方投射と自由落下

エ

(i) M の最高点 h_0 とそのときの時間 t を求める。

求め方 1

$$v \sin \theta - gt = 0 \text{ より, } t = \frac{v \sin \theta}{g}$$

$$\therefore h_0 = v \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

求め方 2

$$0 - (v \sin \theta)^2 = -2gh_0 \text{ より, } h_0 = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\text{また, このときの時間は, } v \sin \theta - gt = 0 \text{ より, } t = \frac{v \sin \theta}{g}$$

求め方 3

M の質量を M とすると, 力学的エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M (v \cos \theta)^2 + M g h_0$$

$$v^2 = v^2 \cos^2 \theta + 2g h_0$$

$$\therefore h_0 = \frac{v^2 (1 - \cos^2 \theta)}{2g} = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\text{また, このときの時間は, } v \sin \theta - gt = 0 \text{ より, } t = \frac{v \sin \theta}{g}$$

(ii) M と衝突するまでの m の落下距離を求める。

$$\text{時刻 } t \text{ のときの P の落下距離} = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{衝突時の } t = \frac{v \sin \theta}{g} \text{ より,}$$

$$\text{衝突するまでの m の落下距離} = \frac{1}{2} g \left(\frac{v \sin \theta}{g} \right)^2 = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g} = h_0 \quad \left(\because h_0 = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g} \right)$$

衝突時の M の高さ + m の落下距離 = h より,

$$h_0 + h_0 = h$$

$$\therefore h_0 = \frac{1}{2} h$$