10. フックの法則とつりあい

ばね定数が k のばねの自然長からの変位が X のとき

ばねの弾性力 $F=-kX$

(1)

おもりにはたらく水平方向の力のつりあい

ばね定数 k_1 のばねの伸びを b とすると，

$a+b=L-2l_0$ ・・・①

おもりにはたらく水平方向の力のつりあいより，

$k_1b=k_2a$ ・・・②

①，②より，

$$a+\frac{k_2}{k_1}a=L-2l_0$$

$$\therefore a=\frac{k_1}{k_1+k_2}(L-2l_0)$$ ・・・(答)

つりあいの位置からばねの方向にそって x 動かしたとき

ばねの自然長からの変位を X とすると，

ばねは自然長に戻ろうとするから，ばねの弾性力 F の向きは変位の向きと逆向き。

（つまり，ばねが伸びれば縮む向き，縮めば伸びる向きと変位と弾性力は逆向き）

よって，$F=-kX$ と与えられる。

つりあいの位置から x 動かすと，

ばね定数 k_1 のばねの弾性力の変化は $-k_1x$

ばね定数 k_2 のばねの弾性力の変化は $-k_2x$

よって，全体の弾性力の変化を Δf とすると，

$$\Delta f=-k_1x+(-k_2x)=-(k_1+k_2)\cdot x$$

おもりはばねから弾性力を受けるから，

つりあいの位置から x 動かしたとき，おもりがばねから受ける力 F は，

$$F=0+\Delta f=-(k_1+k_2)x$$

別解

ばねの方向にそって右向きを正とすると，

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $b+x$

ばね定数 k_1 のばねの自然長からの変位は $-a+x$

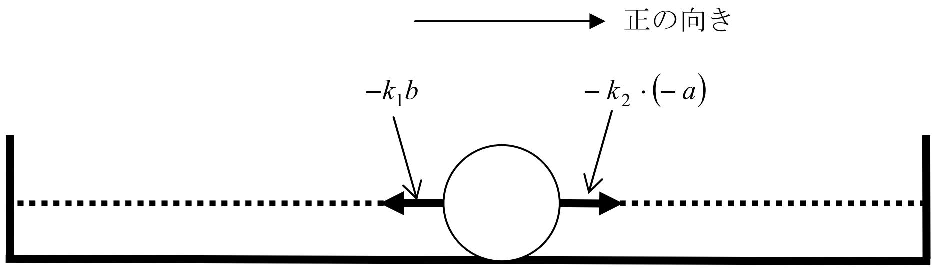
よって，

$$F=-k_1(b+x)+\{-k_2(-a+x)\}=-k_1b+k_2a-(k_1+k_2)x$$

ここで，$k_1b=k_2a$ より，$-k_1b+k_2a=0$

$$\therefore F=-(k_1+k_2)\cdot x$$

下図は，おもりがつりあいの位置にあるとき



$$\text{おもりがばねから受ける力}=-k_1b+\{-k_2\cdot(-a)\}=0$$

ばねの方向にそって x だけ動かす。

$$\begin{aligned}\text{おもりがばねから受ける力}\,F&=-k_1(b+x)+\{-k_2\cdot(-a+x)\}\\&=-k_1b+k_2a-(k_1+k_2)\cdot x\\&=-(k_1+k_2)\cdot x\end{aligned}$$

(2)

おもりはAから斜面に沿って下向きに x_0 変化して静止する。

このとき，おもりにはたらく重力の斜面に沿った成分と弾性力がつり合う。

よって，$mg\sin\theta=(k_1+k_2)x_0$

ゆえに，$x_0=\dfrac{mg\sin\theta}{k_1+k_2}$