# 27. ばねから押し出された小球の運動

**(2)**

別解：単振動

A を原点として斜面に沿って上向きに $X$ 軸をとり，

小球が斜面上にあるときの小球の加速度を $a$ とすると，

その運動方程式は $ma = -kX - mg\sin\theta$，すなわち $ma = -k\left(X + \dfrac{mg\sin\theta}{k}\right)$

したがって，小球が斜面上にあるときの小球の運動は

$X = -\dfrac{mg\sin\theta}{k}$ を振動中心とする単振動である。

よって，振幅が A と振動中心の距離より大きいならば，

すなわち $0 - \left(-\dfrac{mg\sin\theta}{k}\right) = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$ より大きいならば小球は斜面から飛び出す。

このときの振動下端の座標を $X'$ とすると，$X' < -\dfrac{mg\sin\theta}{k} - \dfrac{mg\sin\theta}{k} = -\dfrac{2mg\sin\theta}{k}$ となる。

よって，$x$ の条件は $x > \dfrac{2mg\sin\theta}{k}$

**(4)**

別解：単振動

$x$ 縮めたときの振幅は $|x - x_0|$，A と振動中心の距離は $x_0$ だから，

A と振動下端について，単振動の力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}k{x_0}^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{k}{m}x(x - 2x_0)}$$

$$= \sqrt{\frac{k}{m}x\left(x - \frac{2mg\sin\theta}{k}\right)}$$