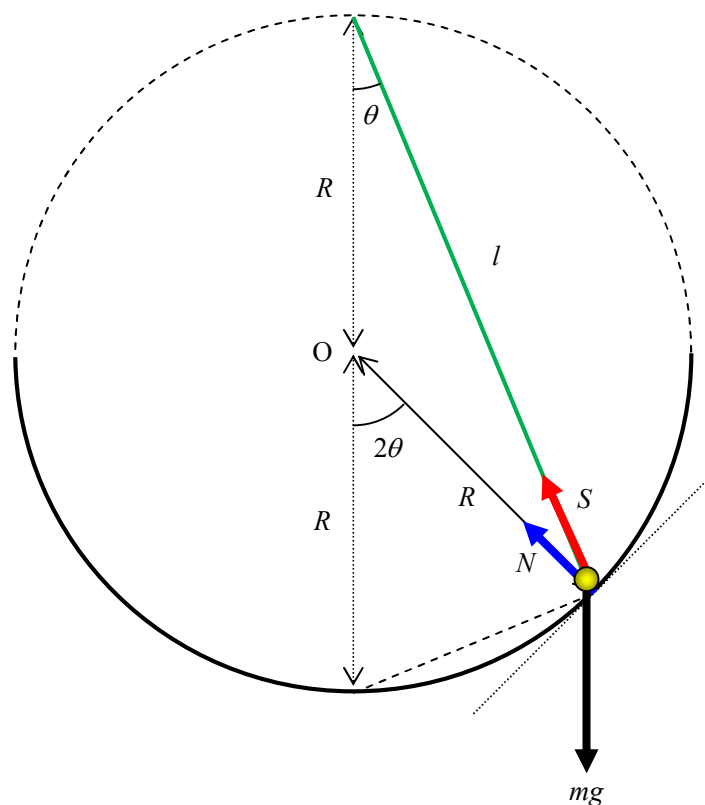


## 50. 半球内での物体の円運動

(4)



張力の大きさを  $S$ ，垂直抗力の大きさを  $N$  とする。

鉛直方向のつり合い

$$\begin{aligned} mg &= S \cos \theta + N \cos 2\theta \\ &= S \cos \theta + N(-1 + 2\cos^2 \theta) \end{aligned}$$

$$\text{これと } \cos \theta = \frac{l}{2R} \text{ より, } mg = \frac{l}{2R} S + \frac{l^2 - 2R^2}{2R^2} N$$

$$\text{よって, } 2mgR^2 = lRS + (l^2 - 2R^2)N \quad \dots \textcircled{1}$$

等速円運動の中心方向の運動方程式

$$\begin{aligned} ml \sin \theta \cdot \omega^2 &= S \sin \theta + N \sin 2\theta \\ &= S \sin \theta + 2N \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

$$\therefore ml\omega^2 = S + 2N \cos \theta$$

$$= S + \frac{lN}{R}$$

$$\text{よって, } mlR\omega^2 = RS + lN \quad \dots \textcircled{2}$$

**(a)**

小球の角速度が小さくなると回転半径が小さくなり、小球は半球の内面から離れ始める。  
この瞬間垂直抗力は初めて0になるから、①と②それぞれに  $N=0$  を代入して整理すると、

$$2mgR = lS \quad \dots \textcircled{3}$$

$$ml\omega_{\min}^2 = S \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\frac{\textcircled{4}}{\textcircled{3}} \text{より, } \frac{l\omega_{\min}^2}{2gR} = \frac{1}{l} \quad \therefore \omega_{\min} = \frac{\sqrt{2gR}}{l}$$

**(2)**

小球の角速度が大きくなると回転半径が大きくなり、ひもが緩み始める。  
この瞬間張力は初めて0になるから、①と②それぞれに  $S=0$  を代入して整理すると、

$$2mgR^2 = (l^2 - 2R^2)N \quad \dots \textcircled{5}$$

$$mR\omega_{\max}^2 = N \quad \dots \textcircled{6}$$

$$\frac{\textcircled{6}}{\textcircled{5}} \text{より, } \frac{\omega_{\max}^2}{2gR} = \frac{1}{l^2 - 2R^2} \quad \therefore \omega_{\max} = \sqrt{\frac{2gR}{l^2 - 2R^2}}$$