66. 気体の混合

(1)

$\boxed{ア}$

理想気体の状態方程式は，$PV=nRT$ のまま扱うより，R が定数であることを活かして，

たとえば，$\dfrac{PV}{nT}=R$ や $\dfrac{nT}{PV}=\dfrac{1}{R}$ のように，比例式の形で扱う方が便利である。

すると，容器内の気体の圧力を P とすると，$\dfrac{n_1T_0}{PV_1}=\dfrac{n_2T_0}{PV_2}$ より，$n_1=\dfrac{V_1}{V_2}n_2$ ・・・(答)

$\boxed{ウ}$

問題文および $\boxed{イ}$ より，

容器 I および容器 II の物質量は，それぞれ，$2n_1$ と n_2-n_1 である。

また，このときの容器内の圧力を P' とすると，

$\dfrac{2n_1T_0}{P'V_1}=\dfrac{(n_2-n_1)T_2}{P'V_2}$ より，

$$T_2=\frac{2n_1}{n_2-n_1}\frac{V_2}{V_1}\cdot T_0$$

$$T_2=\frac{2}{\dfrac{n_2}{n_1}-1}\frac{V_2}{V_1}\cdot T_0$$

$\boxed{ア}$ より，$\dfrac{n_2}{n_1}=\dfrac{V_2}{V_1}$ だから，

$$T_2=\frac{2}{\dfrac{V_2}{V_1}-1}\frac{V_2}{V_1}\cdot T_0$$

$$\therefore T_2=\frac{2V_2}{V_2-V_1}\cdot T_0$$ ・・・(答)

(2)

$\boxed{\text{オ}}$・$\boxed{\text{カ}}$

容器Ⅰ，容器Ⅱ，容器Ⅰ＋容器Ⅱで等式を立てると，

$$\frac{n_{1\mathrm{A}}T_{\mathrm{A}}}{P_{\mathrm{A}}V_1}=\frac{n_{2\mathrm{A}}T_{\mathrm{A}}}{P_{\mathrm{A}}V_2}=\frac{\left(n_{1\mathrm{A}}+n_{2\mathrm{A}}\right)T_{\mathrm{A}}}{P_{\mathrm{A}}\left(V_1+V_2\right)}$$

これと，$n_{1\mathrm{A}}+n_{2\mathrm{A}}=n_1+n_2$ より，

$$\frac{n_{1\mathrm{A}}}{V_1}=\frac{n_{2\mathrm{A}}}{V_2}=\frac{n_1+n_2}{V_1+V_2}$$

よって，

$$\left.\begin{aligned}n_{1\mathrm{A}}&=\frac{V_1}{V_1+V_2}\cdot\left(n_1+n_2\right)\\ n_{2\mathrm{A}}&=\frac{V_2}{V_1+V_2}\cdot\left(n_1+n_2\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdot\cdot\cdot(\text{答})$$

$\boxed{\text{キ}}$

同様に，

$$\frac{n_{1\mathrm{B}}T_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{B}}V_1}=\frac{n_{2\mathrm{B}}T_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{B}}V_2}=\frac{n_{3\mathrm{B}}T_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{B}}V_3}=\frac{\left(n_{1\mathrm{B}}+n_{2\mathrm{B}}+n_{3\mathrm{B}}\right)T_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{B}}\left(V_1+V_2+V_3\right)}$$

これと，$n_{1\mathrm{B}}+n_{2\mathrm{B}}+n_{3\mathrm{B}}=n_1+n_2+n_3$ より，

$$\frac{n_{1\mathrm{B}}}{V_1}=\frac{n_{2\mathrm{B}}}{V_2}=\frac{n_{3\mathrm{B}}}{V_3}=\frac{n_1+n_2+n_3}{V_1+V_2+V_3}$$

よって，

$$n_{1\mathrm{B}}=\frac{V_1}{V_1+V_2+V_3}\cdot\left(n_1+n_2+n_3\right)\quad\cdot\cdot\cdot(\text{答})$$

$\boxed{\text{ケ}}$

解説

真空の圧力は 0 だから，

真空に対して仕事をするとき，その外力も 0 である。

よって，真空への膨張において，気体が真空に対してする仕事の大きさ＝0