

72. シリンダー内の気体の状態変化

(1)

(a)

断熱変化である。

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定} \text{ と } p = \frac{RT}{V} \text{ より, } RTV^{\frac{2}{3}} = \text{一定}$$

$$\text{よって, } TV^{\frac{2}{3}} = \text{一定}$$

体積と温度については, (V_0, T_0) から (aV_0, bT_0) に変化するから,

$$T_0 V_0^{\frac{2}{3}} = bT_0 (aV_0)^{\frac{2}{3}} \text{ より, } a = b^{-\frac{3}{2}} \quad \dots \text{ (答)}$$

(b)

気体がピストンにした仕事は $-W$ だから,断熱変化の熱力学第 1 法則の式は $0 = \Delta U + (-W)$

$$\begin{aligned} \therefore W &= \Delta U \\ &= C_v \Delta T \\ &= \frac{3}{2} R(bT_0 - T_0) \\ &= \frac{3}{2} (b-1)RT_0 \\ &= \frac{3}{2} (b-1)p_0 V_0 \\ &= \frac{3}{2} (b-1)p_0 V_0 \quad \dots \text{ (答)} \end{aligned}$$

(2)

(c)

定積変化である。

熱のやりとりは物体と気体との間のみで行われるから,

物体の熱量変化 + シリンダー内の気体の熱量変化 = 0

シリンダー内の気体は定積変化するから,

シリンダー内の気体の熱量変化 = 内部エネルギー変化

よって, 物体の熱量変化 + 内部エネルギー変化 = 0

物体の熱量変化 = $xR(cT_0 - T_0)$, 内部エネルギー変化 = $\Delta U = C_v \Delta T = \frac{3}{2} R(cT_0 - bT_0)$ より,

$$xR(cT_0 - T_0) + \frac{3}{2} R(cT_0 - bT_0) = 0 \quad \therefore c = \frac{2x+3b}{2x+3} \quad \dots \text{ (答)}$$

(d)

定圧変化である。

熱のやりとりは物体と気体との間のみで行われるから、

物体の熱量変化+シリンダー内の気体の熱量変化=0

シリンダー内の気体は定圧変化するから、

変化後の温度を T' 、圧力を p とすると、 (p, aV_0, bT_0) から (p, eV_0, T') への状態変化より、

$$\frac{bT_0}{paV_0} = \frac{T'}{peV_0} \quad \therefore T' = \frac{be}{a} T_0$$

変化後の物体の温度も T' だから、物体の熱量変化 = $xR\Delta T = xR\left(\frac{be}{a}T_0 - T_0\right)$. . . ①シリンダー内の気体の熱量変化 = $\Delta U + p\Delta V = \frac{3}{2}R\Delta T + R\Delta T = \frac{5}{2}R\Delta T = \frac{5}{2}R\left(\frac{be}{a}T_0 - bT_0\right)$
. . . ②

$$\text{①, ②より, } xR\left(\frac{be}{a}T_0 - T_0\right) + \frac{5}{2}R\left(\frac{be}{a}T_0 - bT_0\right) = 0 \quad \therefore e = \frac{a}{b} \cdot \frac{2x+5b}{2x+5}$$

ここで、 $a = b^{\frac{3}{2}}$ より、 $e = b^{-\frac{5}{2}} \cdot \frac{2x+5b}{2x+5}$ ゆえに、 $e = \frac{2x+5b}{b^{\frac{5}{2}}(2x+5)}$. . . (答)

(3)

(e)

定積変化である。

気体はシリンダーに閉じ込められているから、

(a)の状態変化前の状態 (p_0, V_0, T_0) と(e)の状態変化後の状態 (fp_0, eV_0, T_0) との間に $\frac{PV}{T}$ = 一定の関係が成り立つ。よって、 $\frac{fp_0 \cdot eV_0}{T_0} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \quad \therefore ef = 1$ ゆえに、 $f = \frac{1}{e} = \frac{b^{\frac{5}{2}}(2x+5)}{2x+5b}$. . . (答)