80．気柱の共鳴

(4)

$f=\dfrac{V}{\lambda}$ より，f をできるだけ小さくするには λ をできるだけ大きくすればよい。

λ をできるだけ大きくするには，できるだけ長い管で基本振動を起こせばよい。

そこで，基本振動を起こすガラス管の長さを l'，波長を λ' とすると，$l'=\dfrac{\lambda'}{2}$　・・・①

共鳴は $\dfrac{\lambda'}{2}$ ごとに起こるから長さの異なる他の管の長さは l' の 2 以上の整数倍である。

よって，他の管の長さを ml', nl'（m, n は $2\leq m<n$ を満たす整数）とすると，

$l'+ml'+nl'=l$ より，$l'=\dfrac{l}{1+m+n}$

これより，$1+m+n$ が最小となるとき，すなわち $m=2, n=3$ のとき l' は最大値 $l'=\dfrac{l}{6}$ をとる。

これと①より，$\lambda'=\dfrac{l}{3}$　$\therefore f'=\dfrac{V}{\lambda'}=\dfrac{3V}{l}$

(5)

長さ l の開管が共鳴する波長と振動数

基本振動：$\lambda_1=2l$ より，$f_1=\dfrac{V}{2l}$

2 倍振動：$\lambda_2=\dfrac{2l}{2}$ より，$f_2=\dfrac{2V}{2l}$

3 倍振動：$\lambda_3=\dfrac{2l}{3}$ より，$f_3=\dfrac{3V}{2l}$

⋮

n 倍振動：$\lambda_n=\dfrac{2l}{n}$ より，$f_n=\dfrac{nV}{2l}$

よって，

n 倍振動するときの振動数は，

長さ $\dfrac{l}{6}$ の管の場合 $f=\dfrac{3nV}{l}$ より，$\dfrac{3V}{l}, \dfrac{6V}{l}, \dfrac{9V}{l}, \cdots$

長さ $\dfrac{l}{3}$ の管の場合 $f=\dfrac{3nV}{2l}$ より，$\dfrac{3V}{2l}, \dfrac{3V}{l}, \dfrac{9V}{2l}, \cdots$

長さ $\dfrac{l}{2}$ の管の場合 $f=\dfrac{nV}{l}$ より，$\dfrac{V}{l}, \dfrac{2V}{l}, \dfrac{3V}{l}, \cdots$

これと，

スピーカーが遠ざかる速さを v，観測振動数を f_{O} とすると，

ドップラー効果の式は $f_{\mathrm{O}}=\dfrac{V}{V+v}f'$ $\left(f'=\dfrac{3V}{l}\right)$ だから，

スピーカーが遠ざかる速さを少しずつ上げていくと，

共鳴する振動数が少しずつ減少していくことから，

次の共鳴は $f_{\mathrm{O}}=\dfrac{2V}{l}$ になったとき長さ $\dfrac{l}{2}$ の管で起こる。

よって，$\dfrac{2V}{l}=\dfrac{V}{V+v}\cdot\dfrac{3V}{l}$ より，$v=\dfrac{V}{2}$