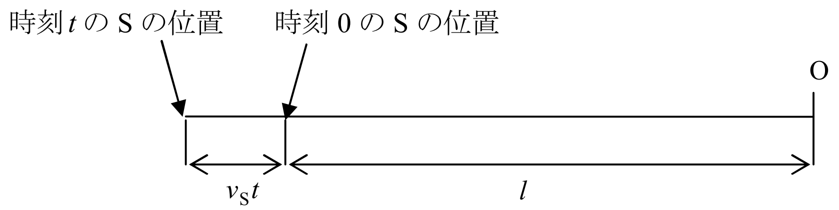
81．反射板がある場合のドップラー効果

(2) 別解



時刻 0 の直接音を O が観測する時刻は $0+\dfrac{l}{V}$

時刻 t の直接音を O が観測する時刻は $t+\dfrac{l+v_S t}{V}$

よって，$t_S = t+\dfrac{l+v_S t}{V}-\left(0+\dfrac{l}{V}\right)=\left(1+\dfrac{v_S}{V}\right)t>t$

(3)

静止している反射板に対し波が伝わる速さは V だから，
速さ v_R で波から遠ざかる反射板は波長 λ_S の波を速さ $V-v_R$ で受ける。

よって，反射板が毎秒観測する波数，すなわち振動数は $f'=\dfrac{V-v_R}{\lambda_S}$

これと $\lambda_S=\dfrac{V+v_S}{f_0}$ より，$f'=\dfrac{V-v_R}{V+v_S}f_0$

(6)

(5)より，観測者が観測する直接音の振動数 ＞ 観測者が観測する反射音の振動数
だから，観測者が観測する直接音の振動数＝観測者が観測する反射音の振動数
となるためには，観測者は右方向に動かなければならない。
このときの観測者の右向きの速度を v とすると，
観測者が観測する直接音の振動数

$$\frac{V-v}{V+v_S}f_0 \quad \cdots ①$$

観測者が観測する反射音の振動数

反射波の振動数 $f_R=\dfrac{V-v_R}{V+v_S}f_0$ だから，$\dfrac{V+v}{V+v_R}f_R=\dfrac{V+v}{V+v_R}\cdot\dfrac{V-v_R}{V+v_S}f_0 \quad \cdots ②$

①＝②より，$\dfrac{V-v}{V+v_S}f_0=\dfrac{V+v}{V+v_R}\cdot\dfrac{V-v_R}{V+v_S}f_0 \quad \therefore v=v_R$

ゆえに，右向きに速さ v_R で動いた。

ドップラー効果　:「観音」の公式

A.　ドップラー効果

緊急車両がサイレン音を発しながら観測者に近づいてくるとき，
観測が聞くサイレン音は緊急車両のそれより高音で，
緊急車両が遠ざかっていくときはその逆になることは，経験により明らかである。
つまり，

波源と観測者の距離が小さくなっていくとき

「観測する振動数＞波源の振動数」
または，振動数とは 1 秒あたりの波数のことだから，
「観測者が 1 秒間にとらえる波数＞波源が 1 秒間につくる波数」

波源と観測者の距離が大きくなっていくとき

「観測する振動数＜波源の振動数」
または，振動数とは 1 秒あたりの波数のことだから，
「観測者が 1 秒間にとらえる波数＜波源が 1 秒間につくる波数」

注意

波源が弦ならば，波源の振動数とは弦の振動数のことであり，
観測者が空気中にいれば，観測する振動数とは，空気の振動数のことである。

補足

この現象は，もともと，オーストリアの物理学者ドップラーが，二重星（天球で近接して見える星）の色（可視光線）に関する研究をしていたときに発見したものであり，可視光線についてのものであるが，可視光線のみならず，音波や可視光線以外の電磁波などにも見られる現象であることが明らかになり，まとめてドップラー効果と呼ばれている。

B．波源の運動とドップラー効果

以後は，空気中での現象とし，波源の振動数を f [Hz],

空気（媒質）が変位を伝える速さ，すなわち音の速さは一定の速さ V [m/s]であるとする。

B-1．波源も観測者も静止しているとき

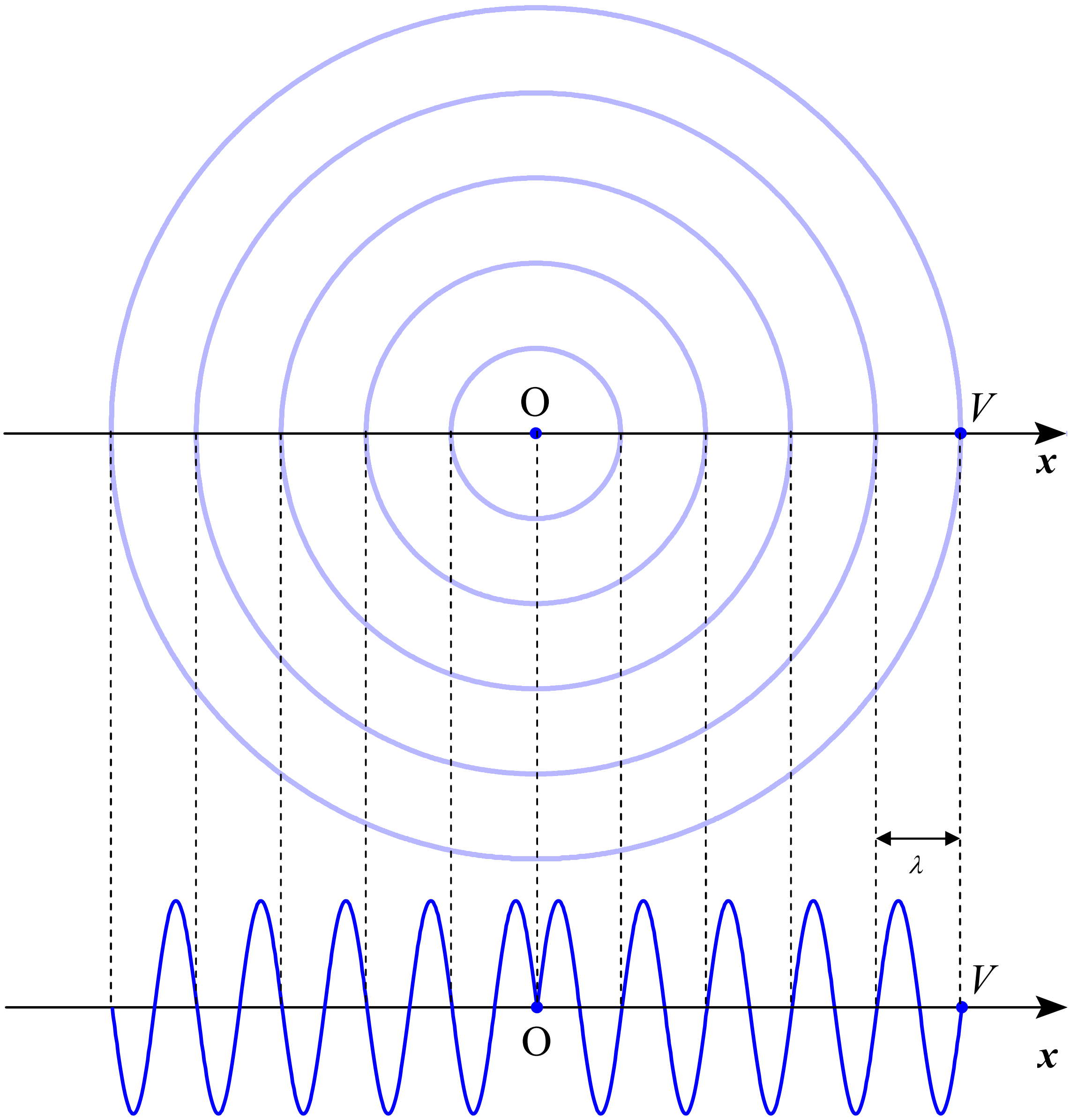
音波は振動数 f の波源によりつくられるから，その振動数も f である。

また，波源の最初の位置を 0[m]とし，観測者の向きに x 軸をとると，

1 秒後の音波の先端，つまり変位の先端の位置は $x=V$ であり，

その後端の位置は波源の位置 $x=0$ であるから，V [m]の間に f 個の波がおさまる。

よって，このときの波長を λ とすると，$\lambda=\dfrac{V}{f}$ となる。



B-2．波源が静止している観測者に対し速さ $v\ (<V)$ で運動しているとき

（ｉ）波源が観測者に近づく場合

波源の速さ v は，変位（波）が伝わる速さ V より小さいので，

波源の前方に 1 秒間に f 個の波がつくられる。

1 秒後の音波の先端，つまり変位の先端の位置は $x=V$ であり，

その後端の位置は波源の位置 $x=v$ であるから，$V-v$ [m]の間に f 個の波がおさまる。

よって，観測される波長を λ_1 とすると，

$$\lambda_1=\frac{V-v}{f}$$

また，観測される振動数を f_1 とすると，

媒質が変位を伝える速さ，すなわち音速 V [m/s]が一定であるとしているから，

$f_1\lambda_1=V$ より，

$$f_1=\frac{V}{V-v}f$$

補足

観測者が波をとらえた時間で考えた場合

振動数 f の波源により，1 秒間に f 個の音波がつくられる。

そこで，波源が時刻 $t=0$ 秒から $t=1$ 秒までの 1 秒間振動した場合について考える。

時刻 $t=0$ 秒における波源と観測者の距離を L とする。

時刻 $t=0$ 秒に波源から出た最初の音波が観測者に到着する時刻は，

$$t_1=\frac{L}{V}\quad\cdots①$$

時刻 $t=1$ 秒に波源から出た音波は，

波源が観測者に v [m]近づいた位置からのものだから，

その到着時刻 $t_2=1+\dfrac{L-v}{V}\quad\cdots②$

よって，観測者が f 個の音波をとらえた時間は，

②－①より，$t_2-t_1=\left(1+\dfrac{L-v}{V}\right)-\dfrac{L}{V}=\dfrac{V-v}{V}$ 秒間である。

したがって，観測者が 1 秒間に観測する音波の数，すなわち観測する振動数 f_1 は，

$$f_1=\frac{V}{V-v}f$$

また，$f_1\lambda_1=V$ より，

$$\lambda_1=\frac{V-v}{f}$$

（ｉ）波源が観測者に近づく場合

（ⅱ）波源が観測者から遠ざかる場合

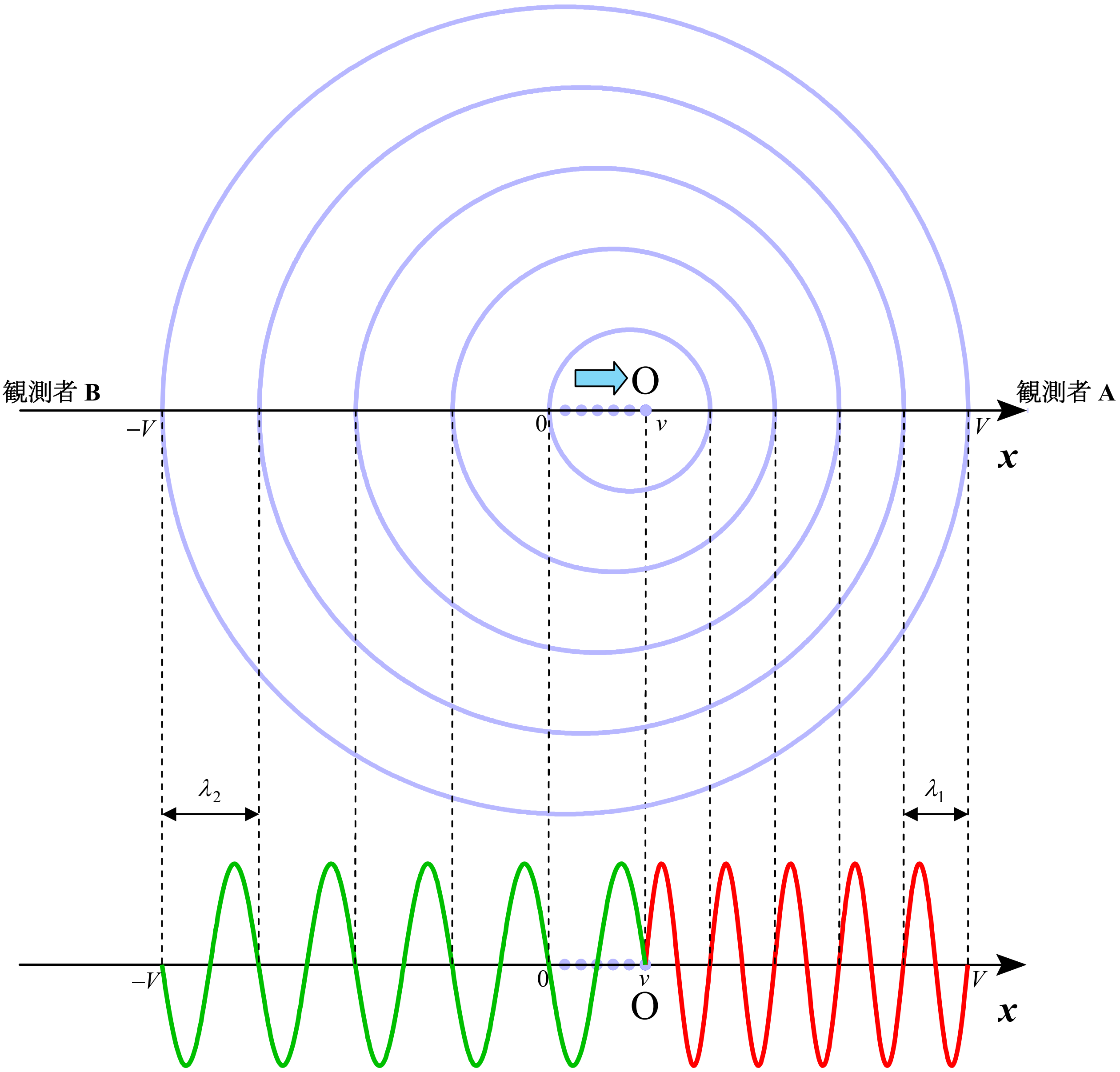
（ｉ）と同様にして，

観測される波長と振動数をそれぞれ λ_2， f_2 とすると，

$$\lambda_2 = \frac{V+v}{f}$$

$$f_2 = \frac{V}{V+v}f$$

観測者 A には近づき，観測者 B からは遠ざかる波源 O



C．観測者の運動とドップラー効果

C-1．観測者が静止している波源に対し速さ *u* (<*V*)で近づく場合

静止している観測者を通過する波の全長は，1 秒間あたり V [m]である。

一方，波源に速さ u で近づく観測者を通過する波の全長は，

波源と観測者の相対速度の大きさが $V+u$ だから，1 秒間あたり $V+u$ [m]である。

V [m]あたりの波の数は f 個だから，

観測する波の数，すなわち観測する振動数を f_3 とすると，

$$f_3=\frac{V+u}{V}f$$

C-2．観測者が静止している波源から速さ *u* (<*V*)で遠ざかる場合

同様に，観測する波の数，すなわち観測する振動数を f_4 とすると，

$$f_3=\frac{V-u}{V}f$$

D．波源と観測者の両方が動くとき

波源が観測者に対し速さ $v_{\text{音}}$ で，観測者が波源に対し速さ $v_{\text{観}}$ で互いに近づくとき

観測者が静止時に観測する振動数を $f_{\text{観}1}$ とすると，

$$f_{\text{観}1}=\frac{V}{V-v_{\text{音}}}f$$

つまり，1 秒間に $f_{\text{観}1}$ 個の波が観測者を通過する。

したがって，

観測者が速さ $v_{\text{観}}$ で波源に近づくとき観測する振動数を $f_{\text{観}2}$ とすると，

$$f_{\text{観}2}=\frac{V+v_{\text{観}}}{V}f_{\text{観}1}=\frac{V+v_{\text{観}}}{V}\cdot\frac{V}{V-v_{\text{音}}}f$$

よって，

観測される振動数は，$f_{\text{観}2}=\dfrac{V+v_{\text{観}}}{V-v_{\text{音}}}f$

分子が $v_{\text{観}}$、分母が $v_{\text{音}}$ だから，「観音」と覚えるとよい。

ドップラー効果のまとめ

観測される振動数について，同様の処理を行い，まとめたのが以下である。

音源の振動数：f_0

観測される振動数：$f_{観}$

観測者の速さ：$v_{観}$

音源の速さ：$v_{音}$，

音速：V

とすると，

$$f_{観} = \frac{V \pm v_{観}}{V \pm v_{音}} \cdot f_0$$

分子の v のサブスクリプトが「観」，分母の v のサブスクリプトが「音」なので，
「観音」と覚える。

また，符号の正負については，$f_{観}$ を大きくしようとするとき，

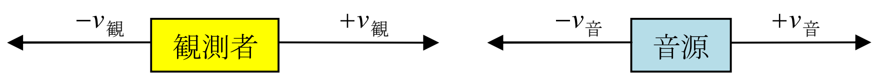
音源は観測者に対して近づこうとし，観測者は音源に対して近づこうとするので，

音源の運動方向については，

観測者に近づく向きのときは $-v_{音}$，観測者から遠ざかる向きのときは $+v_{音}$

観測者の運動方向については，

音源に近づく向きのときは $+v_{観}$，音源から遠ざかる向きのときは $-v_{観}$



E．波源が音を出す時間と観測者が音を観測する時間の関係

観測する音波の周期を$T_{観}$，波源の振動周期をT_0とすると，

$f_{観}=\dfrac{V\pm v_{観}}{V\pm v_{音}}f_0$， $T_{観}=\dfrac{1}{f_{観}}$， $T_0=\dfrac{1}{f_0}$ より，

$$T_{観}=\frac{V\pm v_{音}}{V\pm v_{観}}T_0$$

よって，波源からkT_0秒間音が出たたとすると，

観測者は，その音を， $\dfrac{V\pm v_{音}}{V\pm v_{観}}\cdot kT_0=k\cdot\dfrac{V\pm v_{音}}{V\pm v_{観}}T_0=kT_{観}$ 秒間観測したことになる。

ここで，

波源が音を発した時間kT_0をS_0，観測者がその音を観測した時間$kT_{観測}$を$S_{観}$とおくと，

$$S_{観}=\frac{V\pm v_{音}}{V\pm v_{観}}S_0$$

となる。

また，

$f_{観}$， f_0， S_0の値が与えられているなら，

$S_{観}$は， $\dfrac{S_{観}}{S_0}=\dfrac{f_0}{f_{観}}$ または $f_0\cdot S_0=f_{観}\cdot S_{観}$ を使うと速い。