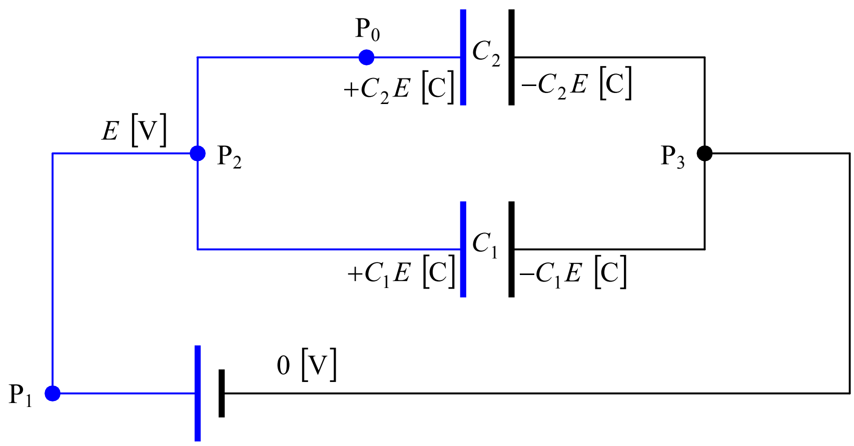
117. コンデンサーを含む直流回路・最大消費電力

(1)

十分時間が経つと回路を流れる電流が 0 になるから，
抵抗の電位降下は，電流×抵抗の大きさより，0V となる。
したがって，抵抗はただの導線と化す。
よって，回路の抵抗を下図のように導線に描きかえて考えればよい。
下図より，コンデンサー1 の極板 A に蓄えられている電気量 $Q = C_1 E$ 〔C〕



(3)

別解

$\dfrac{RE^2}{(R+r)^2} = P$ より，$RE^2 = P(R+r)^2$ ・・・①

これを R について整理すると，$PR^2 + (2rP - E^2)R + r^2 P = 0$

これを満たす R は実数だから，判別式を D とすると $D \geq 0$ より，

$$\begin{aligned}(2rP - E^2)^2 - 4r^2P^2 &= -4rPE^2 + E^4 \\ &= E^2(-4rP + E^2) \geq 0\end{aligned}$$

よって，$-4rP + E^2 \geq 0$ すなわち $P \leq \dfrac{E^2}{4r}$

ゆえに，消費電力の最大値は $P = \dfrac{E^2}{4r}$

また，これを①に代入し整理すると，$(R-r)^2 = 0$ より，$R = r$

(5)

赤色破線で囲まれた孤立部分の電気量は $-CE+(-4CE)=-5CE$

よって，$C\left(x-\dfrac{R}{R+r}E\right)+4Cx=-5CE \quad \therefore x=-\dfrac{4R+5r}{5(R+r)}E$

$\therefore Q_1=C\left[\dfrac{R}{R+r}E-\left\{-\dfrac{4R+5r}{5(R+r)}E\right\}\right]=\dfrac{9R+5r}{5(R+r)}CE$，$Q_2=4C\cdot\left\{-\dfrac{4R+5r}{5(R+r)}E\right\}=-\dfrac{16R+20r}{5(R+r)}CE$